

<b>8</b>	<b>Mischen</b>	<b>456</b>
8.1	Mischen von Partikelsystemen .....	457
8.1.1	Kennzeichnung des Mischungszustandes der Partikelsysteme	457
8.1.1.1	Kennzeichnung der Güte einer realen Mischung .....	458
8.1.1.2	Stochastische Homogenität und Modell der idealen Zufallsmischung .....	460
8.1.1.3	Kennzeichnung der Mischgüte .....	464
8.1.2	Kinetik des Mischens von Partikelsystemen .....	464
8.1.3	Auslegung der Mischkinetik.....	467
8.2	Mischer für Partikelsysteme .....	468
8.2.1	Rotierende Mischbehälter.....	468
8.2.1.1	Prozessbedingungen .....	468
8.2.1.2	Auslegung.....	469
8.2.2	Zwangsmischer mit Agitationsorganen .....	470
8.2.3	Homogenisiersilos (mit festen Einbauten) .....	470
8.2.4	Pneumatische Mischer .....	471
8.3	Durchströmungsverhalten von Partikelschichten .....	471
8.3.1	Kontinuumsmechanisches Durchströmungsmodell .....	473
8.3.1.1	Rohrdurchströmung.....	473
8.3.1.2	Druckverlust bei der Durchströmung einer Schüttung..	475
8.3.2	Durchströmung von Wirbelschichten.....	479
8.3.2.1	Fluidisationsverhalten und Lockerungspunkt .....	479
8.3.2.2	Partikelmechanischer Modellansatz .....	483
8.3.2.3	Auslegung von Wirbelschichtmischern.....	486
8.3.2.4	Strahlmischer.....	488
8.4	Schwerpunkte und Kompetenzen .....	488

## 8 Mischen

Das Mischen stellt die Umkehrung des Trennens dar. Unterschiedlich zusammengesetzte Eingangsstoffe (Komponenten) werden in einen Prozessraum eingebracht und mit dem Ziel verarbeitet, eine möglichst gleichmäßige Verteilung der kleinstmöglichen Mischungsbestandteile (Elemente) über das Mischungsvolumen hinweg zu erreichen, d.h. jede Probe des Mischgutes soll möglichst die Zusammensetzung aufweisen, die dem gesamten Mischgut entspricht. In Abhängigkeit vom Prozessziel lassen sich somit folgende Mischprozesse abgrenzen:

- a) Die Erzeugung stochastisch homogener, grobdispenser Stoffsysteme. Hierzu zählen Mischungen körniger Stoffe sowie auch Suspensionen und Emulsionen.
- b) Das Mischen von vollständig ineinander löslichen Flüssigkeiten oder von Gasen. Das Grobvermischen ist hierbei der geschwindigkeitsbestimmende Schritt, so dass auch diese Mischprozesse der mechanischen Verfahrenstechnik zuzuordnen sind.
- c) Die Erzeugung eines Mehrphasensystems im Prozessraum als Voraussetzung für den Ablauf überlagerter Mikroprozesse, z. B. beim
  - \* Flotieren,
  - \* bei der Flockung und
  - \* beim Stoffübergang zwischen der dispersen und der kontinuierlichen Phase.

Ist die disperse Phase ein Fluid oder besteht sie aus Agglomeraten, so kann die Hydrodynamik im Prozessraum - insbesondere die Turbulenz (s. Abschn. 4.2 [MVT\\_e\\_4.doc](#)) - die Partikelgrößen bestimmen.

Mischprozesse erfordern die Erzeugung von Relativbewegungen im Mischgut, die ein breites Größenspektrum von Stoffballen bis zum Einzelteilchen umfassen. Wichtig ist weiterhin, dass das gesamte Gut davon erfasst wird. Durch die Umwälzung im Prozessraum und den Austausch von Stoffballen zwischen den einzelnen Strombahnen erfolgt ein grober Konzentrationsausgleich. Bestimmend für diese Ausgleichsprozesse ist der Diffusionskoeffizient  $D_{t,i}$  (s. Abschn. 4.2.2.1 [MVT\\_e\\_4.doc - Diffusionskoeffizient turb](#)).

Diesem als **Grobvermischen** oder **Konvektionsmischen** bezeichneten Vorgang muss das **Feinvermischen** überlagert sein. Durch die Feinstruktur der Bewegungen entsteht bei grobdispersen Systemen ein Platzwechsel benachbarter Partikeln; in fluiden Einphasensystemen erfolgt eine ballen- bzw. schlierenförmige Verteilung der Komponenten ineinander. Der Konzentrationsausgleich zwischen diesen Ballen bzw. Schlieren geschieht durch mole-

kulare Austauschvorgänge (siehe 6.4 [MVT\\_e\\_6.doc - Kolmogoroff DGI](#)), die jedoch nicht für den Mischvorgang geschwindigkeitsbestimmend sind.

(Folie 8.1)

## 8.1 Mischen von Partikelsystemen

Das Mischen körniger Stoffe besitzt eine große Anwendungsbreite in der

- Grundstoff-,
- der Baustoff-,
- der Lebensmittel-,
- der chemischen sowie
- der pharmazeutischen Industrie.

Die zu mischenden körnigen Stoffe können sich in der stofflichen Zusammensetzung und in ihren physikalischen Eigenschaften voneinander unterscheiden. Beim Aufgeben der Ausgangsstoffe in den Prozessraum liegt eine mehr oder weniger vollständige Entmischung vor. Prozessziel ist der Abbau von Inhomogenitäten und eine möglichst weitgehende Annäherung an den Zustand der **vollständigen** oder **idealen Zufallsmischung**.

### 8.1.1 Kennzeichnung des Mischungszustandes der Partikelsysteme

Die **Mischgüte** im Sinne einer **Prozessgüte** wird zweckmäßigerweise durch die mittlere quadratische Abweichung (Varianz) der betrachteten Komponentenkonzentration (-anteile) in Proben der Zusammensetzung der Gesamtmischung beurteilt. Die durch zufälligen Platzwechsel der Elemente des Mischgutes im Prozessraum beste erreichbare Mischgüte ist die stochastische Homogenität bzw. die Mischgüte der **vollständigen** oder **idealen Zufallsmischung**.

**Stochastische Homogenität** liegt dann vor, wenn die Wahrscheinlichkeit, ein Partikel der unabhängig voneinander zu betrachtenden Mischungsbestandteile in einem beliebigen Volumenelement des gesamten Prozessraumes anzutreffen, für alle gleichgroßen Volumenelemente gleich ist. Diese Definition gilt streng nur für die **räumliche Verteilung** von **Punkten**; bei räumlich ausgedehnten Partikeln gilt sie angenähert, wenn deren Volumenanteil sehr klein ist. Bei größeren Anteilen nehmen sich nämlich die Partikel gegenseitig Raum weg. Die Zufallsmischung baut sich dann sukzessiv von Partikel zu Partikel auf /8.1/.

Sind die Partikeln der zu mischenden Komponenten sehr klein, wie z. B. bei den Molekülen von Gasen bzw. ineinander löslicher Flüssigkeiten, dann wird die beste messbare Mischgüte nicht durch die zufällige Verteilung der Partikeln, sondern durch die Genauigkeit der benutzten Konzentrationsmessmethode begrenzt. Demgegenüber sind in dispersen Systemen die Ein-

zelteilchen gegenüber dem Probenumfang nicht mehr vernachlässigbar. Damit wird die zufällige Verteilung der Partikeln für die bestmögliche Mischgüte bestimmend.

Die **Varianz** von **Zufallsmischungen** kann mit verschiedenartigen Methoden untersucht werden (siehe z. B. /8.2, 8.3, 8.4/). Gewöhnlich werden Proben konstanter Masse zugrunde gelegt und die **Massenanteile einer** ausgewählten, gut messbaren **Komponente k**  $\mu_k = m_k/m$  als Bewertungsgrößen benutzt. Es ist aber auch denkbar, Proben gleicher Partikelanzahl zu ziehen und die **Anzahlanteile**  $a_k = N_k/N$  zu wählen.

Neben der Art der Messgröße und der Probengröße beeinflussen die Anteile der Gemischkomponenten sowie deren Partikelgrößenverteilung die Varianz  $\sigma_z^2$  der vollständigen Zufallsmischung:

Mischungen körniger Stoffe entstehen durch ungerichtete (zufällige) Relativbewegungen von Stoffballen und Einzelpartikeln (siehe auch Diffusion im Kapitel 4.2 [MVT\\_e\\_4neu.pdf](#)). Deshalb kann man als Ergebnis nur eine Zufallsanordnung und keine regelmäßige Anordnung erwarten. Die Folie 8.2 verdeutlicht dies am Beispiel eines binären Gemisches.

Für eine schematische Kennzeichnung der Mischungszuständen eines körnigen Produktes unterscheidet man die:

- a) vollständige Entmischung
- b) regelmäßige Verteilung (ideale Mischung)
- c) Zufallsmischung

Mischprozesse streben Gleichgewichtszuständen zu, die man als **vollständige** bzw. **ideale Zufallsmischungen** oder **stochastische Homogenität** bezeichnet. Davon abweichende Zustände haben als unvollständige Mischungen oder als Entmischungen zu gelten.

Anhand von c) erkennt man, dass bei der Entnahme von Proben gleichen Umfangs aus dem Gemisch deren Zusammensetzung um einen Mittelwert streuen wird. Die Streuung hängt in entscheidendem Maße von der Probengröße ab (Vergleich: Einzelkorn - "Probe" des gesamten Kollektivs).

#### 8.1.1.1 Kennzeichnung der Güte einer realen Mischung

Nachfolgende Bemerkungen sind auf ein Zweikomponentengemisch zugeschnitten (binäres System). Jedes Mehrkomponenten-Gemisch lässt sich auf ein binäres System zurückführen:

Komponenten           (1) und (2)  
 Massen                  $m_1$  und  $m_2$  mit  $m_1 + m_2 = m$   
 und den Masseanteile:

$$\mu_1 = \frac{m_1}{m} \quad \text{und} \quad \mu_2 = \frac{m_2}{m}, \quad \text{sowie} \quad \mu_1 + \mu_2 = 1. \quad (8.1)$$

$\mu_1$  und  $\mu_2$  entsprechen damit den **Erwartungswerten** der Zusammensetzung von  $n$  Proben, die aus der Mischung gezogen werden. Da es sich jedoch um eine Zufallsmischung handelt, wird die tatsächliche Probenzusammensetzung um die Erwartungswerte schwanken.

Zerlegt man zunächst die Gesamtmasse  $m$  vollständig in  $n$  gleich große Teilmassen  $m_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), so wird selbstverständlich auch die Zusammensetzung dieser Teilmassen um die Erwartungswerte schwanken. Für die Zusammensetzung jeder Teilmasse  $m_j$  gilt dann:  $m_j = m_{1,j} + m_{2,j}$  bzw. für die Masseanteile  $\mu_{1,j}$  und  $\mu_{2,j}$ :

$$\mu_{1,j} = \frac{m_{1,j}}{m} \quad \text{und} \quad \mu_{2,j} = \frac{m_{2,j}}{m}, \quad \text{sowie} \quad \mu_{1,j} + \mu_{2,j} = 1. \quad (8.2)$$

Da die  $n$  Teilmassen insgesamt der Masse der Gesamtmischung entsprechen, gilt die Gleichheit mit den Erwartungswerten:

$$\bar{\mu}_1 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n \mu_{1,j} \quad \text{und} \quad \bar{\mu}_2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n \mu_{2,j}. \quad (8.3)$$

Zur Kennzeichnung der Gleichförmigkeit der Mischung kann man die auf die bekannten Erwartungswerte  $\mu_1$  und  $\mu_2$  bezogenen Varianzen der Masseanteile  $\mu_{P,j}$  und  $\mu_{Q,j}$  in den Teilmassen benutzen (Folie 8.3.2a):

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n (\mu_{1,j} - \mu_1)^2 \quad \text{und} \quad \sigma_2^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n (\mu_{2,j} - \mu_2)^2. \quad (8.4)$$

Da für jede Teilmasse die Komponentenbilanz gilt:

$$\mu_{1,j} + \mu_{2,j} = 1 \quad \text{und} \quad (\mu_{1,j} - \mu_1) + (\mu_{2,j} - \mu_2) = 1 - (\mu_1 + \mu_2) = 0 \quad (8.5)$$

ist auch

$$(\mu_{1,j} - \mu_1)^2 = (\mu_{2,j} - \mu_2)^2 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma. \quad (8.6)$$

Zu beachten ist jedoch, dass  $\sigma^2$  von der Größe der Teilmassen  $m_j$ , dem Verhältnis  $\mu_1/\mu_2$  und von den Partikelgrößenverteilungen der Komponenten abhängt. Folglich sind für die Varianz auch deren Parameter mit anzugeben. Verfolgt man den zeitlichen Ablauf eines Mischvorganges, so strebt die Varianz einem Grenzwert zu  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma^2 = \sigma_\infty^2$ .

Im nachfolgenden Abschnitt wird dieser **Grenzwert** auf Grundlage des Modells der vollständigen oder **idealen Zufallsmischung** bestimmt.

Praktisch ist es jedoch nicht sinnvoll, die Mischung in sämtliche  $n$  Teilmassen zu zerlegen und diese hinsichtlich ihrer Zusammensetzung zu untersuchen. Deshalb muss die Untersuchung auf eine bestimmte Zahl von  $n_p$  Proben, d.h. **Stichprobe**, beschränkt bleiben. Mit Hilfe dieser Proben ( $n_p < n$ ) wird eine Schätzung von  $\sigma^2$  für die insgesamt  $n$  Teilmassen umfassende

Grundgesamtheit vorgenommen. Dabei existieren bekanntlich zwei Möglichkeiten:

- a) Der **Erwartungswert**  $\mu_1$  der Gemischzusammensetzung ist **bekannt**. Dies ist bei satzweise arbeitenden Mischern der Fall, denen bekannte Masse der Komponenten aufgegeben werden. Dann lautet die Schätzung  $\tilde{\sigma}^2$  für die Varianz (Folie 8.3.2a):

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{n_p} \cdot \sum_{j=1}^{n_p} (\mu_{1,j} - \mu_1)^2. \quad (8.7)$$

- b) Der **Erwartungswert**  $\mu_1$  für die Gemischzusammensetzung ist nicht bekannt und muss selbst **geschätzt** werden, und zwar (Folie 8.3.2b):

$$\bar{\mu}_1 = \frac{1}{n_p} \cdot \sum_{j=1}^{n_p} \mu_{1,j}. \quad (8.8)$$

Dann lautet die Schätzung für die Varianz:

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{n_p - 1} \cdot \sum_{j=1}^{n_p} (\mu_{1,j} - \bar{\mu}_1)^2. \quad (8.9)$$

Ein einwandfrei arbeitender Mischer sollte im Stande sein, den Zustand der idealen Unordnung herzustellen, der in einer idealen Zufallsmischung mit  $\sigma_Z^2$  verwirklicht ist. Wenn keine störenden Einflüsse vorliegen, gilt:

$$\sigma_{\min}^2 = \sigma_{\infty}^2 = \sigma_Z^2. \quad (8.10)$$

Andererseits liegt der Maximalwert der Varianz bei vollständiger Entmischung vor. Bei einer Zweikomponenten-Mischung kann dann eine Probe entweder die Komponente (1)  $\mu_{1,j} = 1$ ,  $\mu_{2,j} = 0$  oder die Komponente (2)  $\mu_{2,j} = 1$  enthalten

$$\sigma_{\max}^2 = \mu_1 \cdot (1 - \mu_1) = \mu_1 \cdot \mu_2. \quad (8.11)$$

### 8.1.1.2 Stochastische Homogenität und Modell der idealen Zufallsmischung

Nun ist die Frage zu beantworten, wie ein Gemisch bei Vorliegen **idealer Zufallsordnung** (Unordnung) aufgebaut ist, d.h. wie groß  $\sigma_Z^2$  ist.

Die Beantwortung läuft darauf hinaus, bei Kenntnis der Partikelgrößenverteilungen und der Masseanteile der Komponenten sowie bei vorgeschriebener Probenmasse eine Aussage über den im günstigsten Fall erreichbaren Mischungszustand zu machen.

Die Beantwortung geschieht mit Hilfe einer von **STANGE**<sup>1</sup> [8.4] für ein Zweikomponenten-System entwickelten Modellvorstellung:

---

© Dr.-Ing.habil. J. Tomas 1992

<sup>1</sup> Stange, K., Die Mischgüte einer Zufallsmischung als Grundlage zur Beurteilung von Mischversuchen, Chem.-Ing.-Techn. 26 (1954) 331-337

Die Partikelgrößenverteilung beider Komponenten werden dabei mit Hilfe der **mittleren Partikelmassen**  $\bar{m}_1$  und  $\bar{m}_2$  sowie der **Varianzen**  $\sigma_1^2$  und  $\sigma_2^2$  der Partikelmassen aus den **Anzahlverteilungen**  $Q_0(\mathbf{d})$  beschrieben. Für die beiden mittleren Partikelmassen wird das 3. Moment entweder der  $q_3(\mathbf{d})$ -Verteilungen der Mengengröße Masse (s. [MVT\\_e\\_1neu.doc#kte\\_Anfangsmoment](#))

$$\bar{m} = \rho_s \frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{M_{-3,3}(\mathbf{d})} = \rho_s \frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{\int_{d_u} d^{-3} \cdot q_3(\mathbf{d}) d(\mathbf{d})} \approx \rho_s \frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{\mu_{i,3}}{d_{m,i}^3}} \quad (8.12)$$

oder der jeweiligen Anzahlverteilungen herangezogen  $\bar{m} = \rho_s \frac{\pi}{6} \cdot M_{3,0}(\mathbf{d})$ :

$$\bar{m}_1 = \rho_{s,1} \frac{\pi}{6} \cdot M_{3,0}(d_1) = \rho_{s,1} \frac{\pi}{6} \cdot \int_{d_{1,u}}^{d_{1,o}} d_1^3 \cdot q_0(d_1) d(\mathbf{d}) \approx \rho_{s,1} \frac{\pi}{6} \cdot \sum_{i=1}^N d_{1m,i}^3 \cdot \mu_{i,0} \quad (8.13)$$

$$\bar{m}_2 = \rho_{s,2} \frac{\pi}{6} \cdot M_{3,0}(d_2) = \rho_{s,2} \frac{\pi}{6} \cdot \int_{d_{2,u}}^{d_{2,o}} d_2^3 \cdot q_0(d_2) d(\mathbf{d}) \approx \rho_{s,2} \frac{\pi}{6} \cdot \sum_{i=1}^N d_{2m,i}^3 \cdot \mu_{i,0} \quad (8.14)$$

Die **Varianzen**  $\sigma_1^2$  und  $\sigma_2^2$  werden mit Hilfe des zweiten zentralen Momentes der Partikelvolumen  $M_{2,0}(d^3)$  und -massen  $\sigma^2 = \rho_s^2 \frac{\pi^2}{36} M_{2,0}(d^3)$

berechnet (siehe [MVT\\_e\\_1neu.doc#zweite\\_Moment\\_Varianz](#)):

$$\sigma_1^2 = \rho_{s,1}^2 \frac{\pi^2}{36} \int_{d_{1,u}}^{d_{1,o}} (d_1^3 - d_{1m,0}^3)^2 \cdot q_0(d_1) d(\mathbf{d}) \approx \rho_{s,1}^2 \frac{\pi^2}{36} \sum_{i=1}^N (d_{1m,i}^3 - d_{1m,0}^3)^2 \cdot \mu_{i,0} \quad (8.15)$$

$$\sigma_2^2 = \rho_{s,2}^2 \frac{\pi^2}{36} \int_{d_{2,u}}^{d_{2,o}} (d_2^3 - d_{2m,0}^3)^2 \cdot q_0(d_2) d(\mathbf{d}) \approx \rho_{s,2}^2 \frac{\pi^2}{36} \sum_{i=1}^N (d_{2m,i}^3 - d_{2m,0}^3)^2 \cdot \mu_{i,0} \quad (8.16)$$

Im Falle von Normalverteilungen der Partikelgrößen (-massen) können die Standardabweichungen auch wie folgt ermittelt werden (siehe [MVT\\_e\\_1neu.doc#Standardabweichung\\_NVT](#)):

$$\sigma_1 = \rho_{s,1} \frac{\pi}{12} \cdot (d_{1,84,0}^3 - d_{1,16,0}^3) \quad (8.17)$$

$$\sigma_2 = \rho_{s,2} \frac{\pi}{12} \cdot (d_{2,84,0}^3 - d_{2,16,0}^3) \quad (8.18)$$

Somit erhält man die dimensionslosen **Variationskoeffizienten**:

$$v_1 = \sigma_1 / \bar{m}_1 \quad \text{und} \quad v_2 = \sigma_2 / \bar{m}_2 \quad (8.19)$$

Das binäre Gemisch besteht aus  $N = N_1 + N_2$  Partikeln, und zwar  $N_1$  der Komponente (1) und  $N_2$  der Komponente (2). Somit ergeben sich die Partikelanzahlanteile zu:

$$a_1 = N_1 / N \quad \text{und} \quad a_2 = N_2 / N \quad \text{mit} \quad a_1 + a_2 = 1. \quad (8.20)$$

Für die mittlere Partikelmasse  $\bar{m}_s$  der Mischung erhält man nunmehr:

$$\bar{m}_s = \frac{N_1}{N} \cdot \bar{m}_1 + \frac{N_2}{N} \cdot \bar{m}_2 = a_1 \cdot \bar{m}_1 + a_2 \cdot \bar{m}_2. \quad (8.21)$$

Weiterhin bestehen folgende Beziehungen für die Gesamtmassen der Komponenten **(1)** und **(2)**:

$$m_1 = N_1 \cdot \bar{m}_1 \quad \text{und} \quad m_2 = N_2 \cdot \bar{m}_2 \quad (8.22)$$

und für die Gesamtmasse der Mischung  $m = m_1 + m_2$ :

$$m = N \cdot \bar{m}_s. \quad (8.23)$$

Mit Hilfe der letzten Gleichungen lassen sich

$$\begin{aligned} \mu_1 = m_1 / m \quad \text{und} \quad \mu_2 = m_2 / m \quad \text{umformen} \\ \mu_1 = \frac{\bar{m}_1 \cdot N_1}{\bar{m}_s \cdot N} = \frac{\bar{m}_1}{\bar{m}_s} \cdot a_1 \quad \text{und} \quad \mu_2 = \frac{\bar{m}_2 \cdot N_2}{\bar{m}_s \cdot N} = \frac{\bar{m}_2}{\bar{m}_s} \cdot a_2 \end{aligned} \quad (8.24)$$

und es ergibt sich weiterhin aus der Anzahlbilanz  $a_1 + a_2 = 1$ :

$$\frac{\mu_1}{\bar{m}_1} + \frac{\mu_2}{\bar{m}_2} = \frac{1}{\bar{m}_s}. \quad (8.25)$$

Mit Hilfe dieser Gl.(8.25) ist nun die mittlere Partikelmasse  $\bar{m}_s$  der Mischung aus den Masseanteilen der Komponenten und den mittleren Partikelmassen beider Komponenten berechenbar.

Ähnliche Beziehungen kann man auf eine Probe mit der Masse  $m_p$  anwenden. Damit erhält man die Grundlagen für die Berechnung der Varianz  $\sigma_z^2$  der vollständigen Zufallsmischung  $\Rightarrow$  Modell von STANGE!

Die Berechnung geschieht mit Hilfe der Fehlerfortpflanzungsgesetze (siehe entsprechende Literatur).

Von den zur Bestimmung von  $\sigma_z^2$  vorgeschlagenen Modellen soll hier auf das von STANGE<sup>1</sup> /8.4/ entwickelte zurückgegriffen werden (Folie 8.3.3). Es geht zunächst von konstanter (bzw. angenähert konstanter) Probemasse, aber zugleich auch von angenähert konstanter Partikelzahl in den Proben aus. Es berücksichtigt die Partikelgrößenverteilungen der Komponenten in Form der Anzahlverteilungen  $Q_0(m_j)$  der Partikelmassen, und zwar durch die mittleren Partikelmassen  $\bar{m}_1$  bzw.  $\bar{m}_2$  der Komponenten **1** und **2** sowie der Varianzen  $\sigma_1^2$  bzw.  $\sigma_2^2$  der Partikelmasseverteilungen. Nach STANGE gilt für die Varianz der vollständigen Zufallsmischung ( $m_p$  Probemasse):

$$\sigma_z^2 = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{m_p} \cdot \left[ \mu_1 \cdot \bar{m}_2 \cdot (1 + v_2^2) + \mu_2 \cdot \bar{m}_1 \cdot (1 + v_1^2) \right] \quad \text{und} \quad (8.26)$$

$$v_1 = \sigma_1 / \bar{m}_1 \quad \text{bzw.} \quad v_2 = \sigma_2 / \bar{m}_2 \quad (8.19)$$

die Variationskoeffizienten der Partikelmasseverteilungen bedeuten.



Damit liegt eine praktisch handhabbare Formel zur Bestimmung der Varianz der Probenzusammensetzung vor. Man erkennt daraus deutlich den Einfluss der Gemischanteile  $\mu$ , der Feinheit  $\bar{m}(d)$  und der Gleichmäßigkeit  $v(d)$  ihrer Partikelgrößenverteilungen sowie der Probemasse  $m_p$  auf  $\sigma_Z^2$ .

Es liegt nahe, die Aussagemöglichkeiten von Gl.(8.26) für folgende Sonderfälle der Produkt- und Gemischeigenschaften zu prüfen:

- a) Beide Komponenten weisen enge Partikelgrößenverteilungen auf, d.h.  $v_1^2 \rightarrow 0$  und  $v_2^2 \rightarrow 0$ :

$$\sigma_Z^2 \approx \frac{\mu_1 \mu_2}{m_p} [\mu_1 \bar{m}_2 + \mu_2 \bar{m}_1] = \frac{\mu_1 \mu_2}{m_p} \cdot \frac{\bar{m}_1 \bar{m}_2}{\bar{m}_1 \bar{m}_2} [\mu_1 \bar{m}_2 + \mu_2 \bar{m}_1] = \frac{\mu_1 \mu_2}{m_p} \bar{m}_1 \bar{m}_2 \left[ \frac{\mu_1}{\bar{m}_1} + \frac{\mu_2}{\bar{m}_1} \right]$$

$$\sigma_Z^2 \approx \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{m_p} \cdot \frac{\bar{m}_1 \cdot \bar{m}_2}{\bar{m}_s} \quad (8.27)$$

da gemäß Anzahlbilanz

$$\mu_1 / \bar{m}_1 + \mu_2 / \bar{m}_2 = 1 / \bar{m}_s \quad (8.25)$$

gilt, wenn  $\bar{m}_s$  die mittlere Partikelmasse der Mischung ist.

Für Gleichkorn mit  $m_1 = m_2 = m_s$  erhält man, da  $m_p/m_s = N$  die Partikelanzahl in der Probe ist

$$\sigma_Z^2 \approx \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{N} \quad (8.28)$$

- b) Die Partikelmasseverteilungen der Komponenten sind einander weitgehend ähnlich, d.h.  $\bar{m}_1 \approx \bar{m}_2 \approx \bar{m}_s$  und  $v_1^2 \approx v_2^2$ :

$$\sigma_Z^2 \approx \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{m_p} \cdot \bar{m}_s \cdot (1 + v^2) \quad (8.29)$$

Anhand von Gl.(8.29) wird besonders deutlich, dass  $\sigma_Z^2$  mit zunehmender Feinheit und der Gleichmäßigkeit der Komponenten fällt.

- c) Der Anteil einer Komponente überwiegt beträchtlich den der anderen ( $\mu_1 \geq 0,9$ ), sowie  $\bar{m}_1$  und  $\bar{m}_2$  bzw.  $v_1^2$  und  $v_2^2$  liegen jeweils in der gleichen Größenordnung:

$$\sigma_Z^2 \approx \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{m_p} \cdot \bar{m}_2 \cdot (1 + v_2^2) \quad (8.30)$$

$\sigma_Z^2$  wird dann in erster Linie von der Feinheit und dem Variationskoeffizienten der Komponente bestimmt, die mit geringem Anteil enthalten ist.

- d) Die Masseanteile der beiden Komponenten sind etwa gleich  $\mu_1 \approx \mu_2$ , aber eine ist wesentlich größer als die andere  $d_1/d_2 \approx 10 \rightarrow \bar{m}_1/\bar{m}_2 \approx 10^3$ :

$$\sigma_Z^2 \approx \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{m_p} \cdot \bar{m}_1 \cdot (1 + v_1^2) \quad (8.31)$$

In diesem Fall wird  $\sigma_Z^2$  vor allem von der Partikelgrößenverteilung der größeren Komponente bestimmt.

Es verbleibt noch hinzuzufügen, dass sich dieses Modell auch auf Mehrkomponenten-Mischungen anwenden lässt, weil sich diese immer auf binäre Systeme zurückführen lassen, indem man außer der jeweils zu betrachtenden Komponente alle anderen zu einer gemeinsamen Ersatzkomponenten zusammenfasst, siehe Fall c) und Gl.(8.30).

### 8.1.1.3 Kennzeichnung der Mischgüte

Zur Beurteilung der Mischgüte ist daher nur Nachweis der örtlichen Verteilung einer charakteristischen Komponente (z.B. farblich markierter Partikel oder Verwendung einer feineren Größenfraktion) mit

- verhältnismäßig geringer Konzentration,
- guter Analysierbarkeit (Farbe oder Siebung) notwendig!

Ein Maß zur Beurteilung der **Mischgüte** lässt sich mit den Standardabweichungen Gln.(8.7), (8.11) und (8.26) wie folgt definieren:

$$MG_1 = \sigma_Z / \tilde{s} \quad \Rightarrow \quad \sigma_Z / (\tilde{s} = \sigma_{\max} \dots \sigma_Z) = 0 \dots 1, \quad (8.32)$$

Mit Hilfe der Varianzen schlägt LACEY<sup>2</sup> vor:

$$MG_2 = \frac{\sigma_{\max}^2 - \tilde{s}^2}{\sigma_{\max}^2 - \sigma_Z^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma_{\max}^2 - (\tilde{s}^2 = \sigma_{\max}^2 \dots \sigma_Z^2)}{\sigma_{\max}^2 - \sigma_Z^2} = 0 \dots 1 \quad (8.33)$$

Unter Verzicht der Berechnung von  $\sigma_Z$  wesentlich einfacher:

$$MG_3 = 1 - \tilde{s} / \sigma_{\max} \quad \Rightarrow \quad 1 - (\tilde{s} = \sigma_{\max} \dots \sigma_Z) / \sigma_{\max} = 0 \dots 1. \quad (8.34)$$

Komplementär folgt ein **Entmischungs-** oder **Segregationsindex**<sup>2</sup>:

$$SI = 1 - MG \quad \Rightarrow \quad SI = 1 \dots 0 \quad (8.35)$$

Das Modell der idealen Zufallsmischung lässt sich nicht auf alle Mischvorgänge anwenden. Es setzt nämlich voraus, dass die Erwartungswerte für die Anteile der Komponenten über das Volumen hinweg konstant sind.

## 8.1.2 Kinetik des Mischens von Partikelsystemen

Als Wirkprinzipien des Mischens von Partikelsystemen werden der Eintrag mechanischer Energie durch

- a) rotierende Prozessräume,
- b) Agitationsorgane,
- c) Durchströmung mittels Fluide

angewandt ( Folie 8.4). Für die Beurteilung eines Mischprozesses ist die zeitliche Veränderung der Varianz  $s^2(t)$  des Mischgutes von Interesse, die mit der Varianz

---

© Dr.-Ing.habil. J. Tomas 1992

<sup>2</sup> Lacey, P.M.C. Developments in the theory of mixing, J. Appl. Chem. (1954) 257-268

$$s_0^2 = \sigma_{\max}^2 = \mu_1 \cdot \mu_2 \quad (8.36)$$

des Anfangszustandes beginnt und die die Varianz  $\sigma_z^2$  der vollständigen Zufallsmischung erreichen sollte, aber meist nicht erreichen kann.

Werden in einem stillstehenden Mischer, z. B. in einen Trommelmischer (Folie 8.5), nacheinander zwei verschiedene Feststoffe aufgegeben, so liegt im Anfangszustand das System noch völlig entmischt vor (Folie 8.6.5). Proben, die im unteren Teil des Mixers entnommen werden, enthalten nur Partikeln der betrachteten Komponente (schwarze Kugeln), d.h.  $\mu_{1,j} = 1$ , Bereich  $0 < z < H_1$  für Kurve für  $t = 0$ . Entsprechend gilt für Proben, die dem oberen Volumenteil entnommen werden:  $\mu_{1,j} = 0$ , Bereich  $H_1 < z < H_G$ . Die für diesen Zustand der vollständigen Entmischung ermittelte Varianz der Proben berechnet sich nach der obigen Gl.(8.36).

Beim Einschalten der Drehbewegung beginnt der Mischvorgang, durch den die systematischen, d.h. ortsabhängigen, Abweichungen der Zusammensetzung der Einzelproben abgebaut werden. Entsprechend dem Zufallscharakter der Probenzusammensetzung streuen die Messwerte der Einzelproben um Ausgleichskurven (Folie 8.6). Aus den zu verschiedenen Zeiten nach Mischbeginn jeweils gleichzeitig entnommenen Proben können nach Gl.(8.7) oder (8.9) die experimentell ermittelten Varianzen des jeweiligen Mischungszustandes berechnet werden (Folie 8.6.6).

Für den zeitlichen Verlauf der Gesamtvarianz gilt entsprechend:

$$s^2(t) = \sigma_z^2(t) + \sigma_{\text{Mu}}^2 + \sigma_{\text{Syst}}^2(t). \quad (8.37)$$

Hierbei stellt  $\sigma_z^2(t)$  die Varianz der Zufallsschwankungen dar, die nach genügend langer Mischzeit in die **Varianz**  $\sigma_z^2$  der **vollständigen Zufallsmischung** übergeht.  $\sigma_{\text{Mu}}^2$  ist die **Varianz der Messungenauigkeit** und hängt nicht von der Zeit ab.  $\sigma_{\text{Syst}}^2(t)$  ist die **Varianz der systematischen Konzentrationsverteilung**. Letztere ist das eigentliche Kriterium für die Beurteilung eines Prozesses in einer gegebenen Ausrüstung.

Treten im Prozessraum keine Entmischungserscheinungen auf, so gilt der Mischvorgang als abgeschlossen, wenn die systematischen Abweichungen Null geworden sind:

$$\sigma_{\text{Syst}}^2(t \geq t_{\text{Misch,Kurve1}}) = 0. \quad (\text{Folie 8.6.6, Kurve 1}).$$

Die bei der Probenahme experimentell bestimmten Varianzen streuen bei  $t > t_M$  Mischzeit innerhalb des Toleranzbereiches um  $\sigma_z^2$ , falls  $\sigma_{\text{Mu}}^2 \ll \sigma_z^2$  gilt.

Da der Zustand der vollständigen Zufallsmischung erreicht ist, tritt auch durch eine beliebige Verlängerung des Mischprozesses keine Veränderung des Mischungszustandes mehr auf. Die Zeitdifferenz vom Einschalten bis

zum Erreichen der stochastischen Homogenität wird als **Mischzeit**  $t_M$  bezeichnet.

Unterscheiden sich die Mischungskomponenten wesentlich bezüglich

- Dichte und/oder
- Partikelgröße,

so treten im Prozessraum neben den mischenden Vorgängen auch entmischende auf. Systematische Abweichungen der Probenzusammensetzung sind die Folge. Diese streben einem Grenzwert  $\sigma_{\text{Syst}}^2(t \rightarrow \infty)$  zu. Die experimentell ermittelten Varianzen  $s^2$  streuen für  $t \rightarrow \infty$  um den Betrag  $\sigma_{\text{Syst},\infty}^2 + \sigma_Z^2$ , falls  $\sigma_{\text{Mu}}^2$  vernachlässigbar ist.  $\sigma_{\text{Syst},\infty}^2$  hängt dabei von den Merkmalen des Mischprozesses

- Mischerbauart,
- Betriebsweise und den
- genannten Eigenschaftsunterschieden der Komponenten ab.

Die Annäherung an den Endzustand geschieht je nach Aufgabearbeit unterschiedlich:

- Gibt man z. B. die Partikeln mit der höheren Dichte über denen mit der niedrigeren Dichte auf, so durchläuft der Mischprozess einen Zustand, bei dem ein Minimum der experimentell ermittelten Varianz  $s_{\text{min}}^2$  erreicht wird, weil die entmischenden Vorgänge anfänglich die mischenden unterstützen, bevor das Gleichgewicht zwischen beiden erreicht ist (Folie 8.6.6, Kurve 2). Letzteres ist durch eine gewisse Anreicherung der spezifisch schwereren Komponente im unteren Teil des Gemisches gekennzeichnet. Wird der Mischprozess beim Erreichen von  $s_{\text{min}}^2$  abgebrochen, so ist ein Mischungszustand realisiert, der zwar schlechter als der der vollständigen Zufallsmischung, aber besser als der des Endzustandes ist:  $\sigma_Z^2 < s_{\text{min}}^2 < \sigma_{\text{Syst}}^2(t \rightarrow \infty) + \sigma_Z^2$ .
- Wird demgegenüber die spezifisch leichtere Komponente auf die spezifisch schwerere aufgegeben, so wird dieses Minimum nicht durchlaufen (Folie 8.6.6, Kurve 3).

Zur Beschreibung der Kinetik eines Mischprozesses liegt es zunächst nahe, von einer entsprechend angepassten Form der allgemeinen Prozessgleichung auszugehen und den Zusammenhang zur Zeitabhängigkeit der Varianz  $s^2(t)$  herzustellen. Der Diffusionskoeffizient  $D_j$  beschreibt dann die Intensität der Mischbewegung und mit Hilfe der Transportgeschwindigkeit  $v_j$  lassen sich entmischende Vorgänge berücksichtigen.

Unabhängig davon ist eine Reihe von empirischen Modellen entwickelt worden (s. z. B. /8.11 bis 8.13/). Eine Reihe von Lösungen dieses Problems ist unter Berücksichtigung vereinfachender Annahmen inzwischen unterbreitet worden (s. z. B. /8.8, 8.9, 8.10/).

### 8.1.3 Auslegung der Mischkinetik

Für den **spezifischen Leistungsbedarf** gilt bei Maßstabsübertragung für diskontinuierlicher Betriebsweise:

$$P/m = \text{const.} \quad (8.38)$$

$m$  Mischgutmasse

bzw. für kontinuierlichem Betrieb der **spezifische Arbeitsbedarf**:

$$P/\dot{m} = \text{const.} \quad (8.39)$$

$\dot{m}$  Mischgutdurchsatz

Siehe auch das **Modell** eines **idealen Mischers**, Bild 8.1:

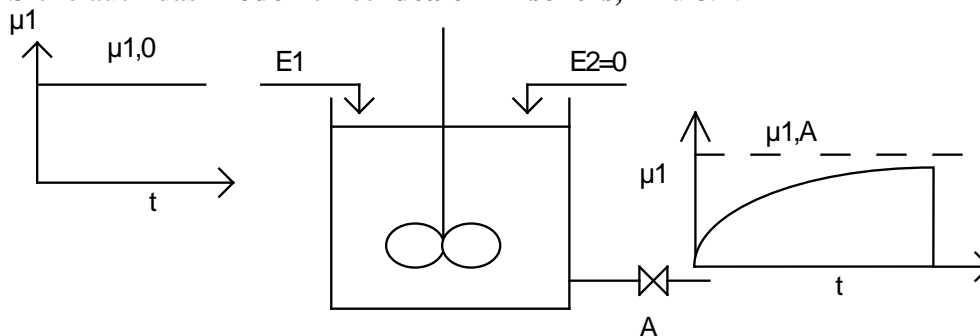


Bild 8.1: Modell eines idealen Mischers (Rührkessel, *stirred tank*)

Gesamtbilanz im stationären Betrieb, wenn  $\dot{m}_{E2} = 0$ :

$$\frac{dm}{dt} = 0 = \dot{m}_{E1} - \dot{m}_A \quad (8.40)$$

Komponentenbilanz für Komp. 1:

$$\frac{dm_1}{dt} = \dot{m}_{E1} - \dot{m}_{A1} \quad \frac{dm_1}{m \cdot dt} = \frac{\dot{m}_E}{m} \cdot \mu_{E1} - \frac{\dot{m}_A}{m} \cdot \mu_{A1} \quad (8.41)$$

und für  $\mu_1 = \mu_{A1}$ , für  $t = 0 \rightarrow \mu_{A1} = 0$  als Anfangsbedingung, der obigen Gesamtbilanz sowie mit der mittleren Verweilzeit  $\bar{t}_v = \dot{m}_A / m$ :

$$\frac{d\mu_1}{dt} = \frac{1}{\bar{t}_v} \cdot (\mu_{E1} - \mu_1) \quad \int_0^{\mu_1} \frac{d\mu_1}{\mu_{E1} - \mu_1} = \frac{1}{\bar{t}_v} \cdot \int_0^t dt \quad \ln \frac{\mu_{E1} - \mu_1}{\mu_{E1}} = -\frac{t}{\bar{t}_v}$$

$$\mu_1 = \mu_{E1} \cdot \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\bar{t}_v}\right) \right] \quad (8.42)$$

$\bar{t}_v = t_{63} = T_1$  Zeitkonstante für  $T_1$  – Übergangsverhalten, wenn 63% des Anfangswertes  $\mu_{1E}$  erreicht werden

Siehe auch Verweilzeitverteilungsproblematik Abschnitt 6.4 [MVT\\_e\\_6.doc](#).

## 8.2 Mischer für Partikelsysteme

In Partikelsysteme geschieht das **Grobvermischen** durch eine laufende Umlagerung des Mischgutes im Prozessraum. Hierzu werden die in Folie 8.4 dargestellten Wirkprinzipien

- rotierende Prozessräume,
- Agitations- oder Rührorgane,
- Durchströmung von Schüttungen

verwendet. Das **Feinvermischen**, bei dem ein Platzwechsel benachbarter Partikel erfolgt, erfordert eine zumindest örtliche **Auflockerung** der Schüttung, um einerseits die Beweglichkeit der Partikeln gegeneinander zu erhöhen und um andererseits durch Stöße zwischen den Partikeln vorhandene **Haftkräfte** zu überwinden. Unterscheiden sich in gut fließfähigen Schüttgütern einzelne Komponenten der Mischung erheblich in ihrer

- Dichte und/oder in ihrer
- Partikelgröße,

so können durch die Bewegungsvorgänge im Prozessraum Entmischungserscheinungen auftreten.

Entscheidend für die **Auswahl des Wirkprinzips** und damit des Typs des Mixers sind

- die **Fließfähigkeit** des Mischgutes (s. Abschn. 6.2.4) und davon abhängig
- die Neigung zur Entmischung sowie
- die Neigung zur Agglomeratbildung.

Gut **fließfähige** Schüttungen können durch alle drei Wirkprinzipien homogenisiert werden. Für feuchte körnige Systeme mit geringer Fließfähigkeit (**kohäsiv bis klebrig**) sind Mischer mit Agitationsorganen einzusetzen. Für **fluidisierbare Pulver** eignen sich auch pneumatische Mischer.

Neigt das zu mischende Gut zur Triboaufladung (s. Abschn. 5.3.3 LB MVT) und einer damit verbundenen Agglomeration, so kann dem durch geeignete Zusatzstoffe entgegengewirkt werden. Ansonsten ist die Zerstörung der Agglomerate durch Scherwerkzeuge oder Walzen notwendig.

### 8.2.1 Rotierende Mischbehälter

#### 8.2.1.1 Prozessbedingungen

Mischer dieser Art werden in der Fachliteratur als Trommel-, Schwerkraft- oder Freifallmischer bezeichnet.

Charakteristisch für diese Mischer ist der rotierende Prozessraum, in dem das Mischgut umgewälzt wird. Der Rotation kann eine Taumelbewegung überlagert sein. Die wichtigste Grundform des Prozessraumes ist die Trommel (zylindrisch, zylindrisch-konisch, konisch). Für satzweises Mischen sind auch andere Behälterformen eingeführt (Folie 8.5.1).

Trommelmischer können unter

- **Kaskaden- oder**

- **Kataraktbedingungen** (s. auch Abschn. 2.6.6 [MVT\\_e\\_2.doc - nkrit](#))

betrieben werden (Folie 8.5.2). Die für den Mischerfolg entscheidenden Vorgänge finden in den Schichten genügender Auflockerung durch Partikelkollision statt, und zwar unter Kaskadenbedingungen insbesondere in der Böschung (Kaskadenzone) und in der Umlenkzone am Fußende der Böschung.

Im Übergangsbereich von der Kaskade zum Katarakt sind die Böschungswinkel und infolge dessen auch die Gleitgeschwindigkeit der Partikeln relativ groß. Damit sind die Möglichkeiten zum Feinvermischen eingeschränkt. Dieses Übergangsbereich ist deshalb beim Mischerbetrieb zu vermeiden.

In Trommelmischern können **Entmischungserscheinungen** auftreten und zwar insbesondere bei der **Kataraktwirkung**, gröbere Partikeln und solche mit höherer Dichte reichern sich in den unteren Zonen der Mischer an.

Durch Einbau von mitbewegten Wurfschaufeln oder Leitblechen (Mörtelmischer!) sowie durch besondere Formgebung der Behälter können das Grobmischen verbessert und das Entmischen verringert werden. Dies gilt insbesondere für V-Mischer und für Tetraedermischer (Folie 8.5.1). Trommelmischer eignen sich für das Mischen fließfähiger

- trockener oder

- nasser Schüttgüter.

### 8.2.1.2 Auslegung

Wie Folie 8.5.2 zeigt, erreicht die Kaskadenzone bei etwa 50 % Füllung des Behälters ihre maximale Ausdehnung = maximale Böschungslänge. Wird berücksichtigt, dass eine Auflockerung der Partikelschüttung eintritt und dass die Mischzeit vom Verhältnis des Volumens der Kaskadenzone zum gesamten Füllvolumen bestimmt wird, ergibt sich die Empfehlung, Trommelmischer mit einem Füllungsgrad von 25 bis 35 % zu betreiben.

Günstige Drehzahlen können im Modellversuch bestimmt werden. Als Maßstabsgesetz gilt die Bedingung:

$$Fr = \frac{v_u^2}{r \cdot g} = \frac{\omega^2 \cdot r}{g} = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot D}{g} = \text{const.} < 1. \quad (8.43)$$

D Trommelinnendurchmesser

Da Trommelmühlen meist bei

$$n = (0,6 \dots 0,9) \cdot n_{\text{krit}} \quad \text{mit} \quad n_{\text{krit}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{D}} \cdot (Fr = 1) \quad (8.44)$$

betrieben werden (meist Kataraktwirkung!), sollte hier als Anhaltswert etwa gelten:

$n < 0,6 n_{krit}$  bzw.  $Fr < 0,36$ ,

wenn man den Katarakt bei empfindlichem Mischgut vermeiden möchte.

### 8.2.2 Zwangsmischer mit Agitationsorganen

Hierzu gehören die Trogmischer und die Bunkermischer.

**Trogmischer**, auch Zwangsmischer genannt, bestehen aus einem feststehenden Behälter, in dem ein oder mehrere rotierende Mischwerkzeuge angeordnet sind. Insbesondere für feuchte Schüttgüter mit geringer Fließfähigkeit sind **Zweiwellentrogmischer** geeignet (Folie 8.5.3), in denen durch die gegenläufige Bewegung von Mischwerkzeugen eine intensive Zwangsdurchmischung der gesamten Füllung erreicht wird. Bei genügendem Schlankheitsgrad des Troges ist eine kontinuierliche Fahrweise möglich.

**Schnellaufende Schaufelmischer** (Folie 8.5.3) werden mit Umfangsgeschwindigkeiten des Mischwerkzeuges von 10 bis 40 m/s betrieben. Sie eignen sich zum Mischen trockener bis feuchter klebriger körniger Stoffe, wenn der Trog ebenfalls rotieren kann (Intensivmischer der Fa. Eirich).

Durch den mit der großen Umfangsgeschwindigkeit verbundenen Leistungseintrag erfolgt eine Aufheizung des Schüttgutes. Eine Kühlung des Feststoffes ist durch die Einleitung eines Kühlmittels in den Außenmantel möglich. Im Interesse der Verminderung der Reibungswärme werden dann Umfangsgeschwindigkeiten kleiner 10 m/s gewählt. Eine Zumischung flüssiger Bestandteile ist möglich. Der Füllungsgrad beträgt wegen der starken Auflockerung der Schüttung etwa 50 bis 60 %.

Als Maßstabgesetz gilt für gut fließfähige Schüttgüter in Schaufelmischern ebenfalls Gl.(8.43), wobei Durchmesser und Drehzahl des Mischwerkzeuges einzusetzen sind.

Für das Durchmischen größerer Mengen feinkörniger, fließfähiger Schüttgüter haben in neuerer Zeit **Bunkermischer** verschiedener Bauart Bedeutung erlangt /6.5, 6.6/. Das Mischen geschieht durch mehrfaches Umwälzen des Bunkerinhalts mit **mechanischen Senkrechtförderern** (z. B. mittels Schnecke).

### 8.2.3 Homogenisiersilos (mit festen Einbauten)

Siloentleerung nach dem Schwerkraftprinzip unter Ausnutzung

- verschiedener Verweilzeiten
- und Fließgeschwindigkeiten im Behälter mit Einbauten wie z.B.:
- senkrechte Entleerungsrohre mit Öffnungen,
- Einbautrichter (Binsert),
- Einbaubleche u.ä.



Geeignet nur für rieselfähige bis leichtfließende Schüttgüter wie z.B. Kunststoffpulver und -granulate.

### 8.2.4 Pneumatische Mischer

Zu diesen Mischausrüstungen zählen

- Wirbelschicht-,
- Luftstrahl- und
- pneumatische Bunkermischer.

**Wirbelschichtmischer** sind Stahl- oder Betonbehälter, die mit einem flachen oder leicht geneigten perforierten Boden (semipermeable Membranen wie

- Textil- bzw. Filtergewebe,
- Keramikböden,
- Sintermetallplatten oder
- gesinterte Plastplatten)

versehen sind, der als Luftverteiler dient (Folie 8.6.4). Der Boden ist in einzelne Segmente aufgeteilt. Während des Mischvorganges wird abwechselnd jeweils ein Bodensegment stark belüftet, während den übrigen nur soviel Luft zugeführt wird, dass gerade der Lockerungspunkt (s. Abschn. 4.1.2. [MVT\\_e\\_4.doc - Sinkgeschwindigkeit](#)) überschritten wird. Hierdurch wird in rieselfähigen bis kohäsiven, aber **fluidisierbaren** Schüttgütern (keine C-Gruppe nach Geldart!) eine sich periodisch verändernde, großräumige Umwälzung und eine für die Feinvermischung ausreichende Auflockerung erreicht. **Wirbelschichtmischer** sind einsetzbar, wenn sich die einzelnen Komponenten nicht allzu stark in der Sinkgeschwindigkeit (s. Abschn. 4.1.2. [MVT\\_e\\_4.doc - Sinkgeschwindigkeit](#)) unterscheiden, da sonst erhebliche Entmischungserscheinungen auftreten /6.7/.

### 8.3 Durchströmungsverhalten von Partikelschichten

Die Strömung eines Fluids durch eine Partikelschicht spielt bei vielen Prozessen eine wichtige Rolle. Beispiele dafür sind:

- **Wirbelschichtprozesse**,
- die mechanische Flüssigkeitsabtrennung durch Filtrieren,
- die Sedimentation im Bereich der Zonensedimentation,
- das **pneumatische Mischen**, Homogenisieren,
- die pneumatische Förderung und
- Reaktionsprozesse in Schacht-, Hoch- und Drehrohröfen.

Dabei sind die Partikelschichten sowohl hinsichtlich ihrer Auflockerung als auch ihres Bewegungszustandes voneinander abzugrenzen.

Man spricht von einer **ruhenden Schüttschicht (Festbett)**, wenn die einzelnen Partikeln mehr oder weniger in Form einer Zufallsanordnung aufeinander liegen und die Schicht sich nicht bewegt. Die äußere Porosität  $\varepsilon$  einer solchen Schicht hängt vor allem von

- der Anordnung der Partikeln zueinander in der Packung,
- dem Mischungszustand,
- den Partikelkontaktdeformationen,
- den Wechselwirkungskräften zwischen den Partikeln sowie auch von
- der Partikelgrößen- und Partikelformverteilung

ab. Sie liegt bei vielen Schüttgütern um den Wert  $\varepsilon = 0,4 \dots 0,5$  ([MVT e - 1.doc - Schüttgutporositäten](#)).

In einer **bewegten Schüttschicht** befinden sich die Partikeln im Wesentlichen noch im Kontakt, aber die Schicht bewegt sich als Ganzes durch den Prozessraum. Derartige Verhältnisse liegen z.B. in Schacht- und Hochöfen vor.

Lässt man durch eine auf einem fluiddurchlässigen Boden lagernde Partikelschicht ein Gas oder eine Flüssigkeit aufströmen, so wird die Schicht beim Überschreiten einer unteren Grenzgeschwindigkeit fluidisiert (**Lockerungspunkt**), d.h. die Partikeln werden durch den Fluidstrom in Schwebelage gehalten ( $\Delta p$  Druckverlust der Partikelschicht,  $F_{G,B}$  Bett- oder Schichtgewicht, siehe auch Gl.(8.82)):

$$\frac{\Delta p}{F_{G,B} / A} \approx \frac{\Delta p}{\rho_b \cdot g \cdot h_B} \approx 1. \quad (8.45)$$

Sie werden infolge Zunahme der Partikelabstände - damit der Porosität (siehe Abschnitt 1.3 [MVT e 1.doc - a phis](#)) - relativ zueinander beweglich und führen insbesondere in Gas-Feststoffsystemen zunehmend durchmischende Bewegungen aus. Derartige Partikelschichten werden als **Wirbelschichten** (fluidized bed, Fließbett) bezeichnet. Der Schichtcharakter ist im Wirbelschichtbereich noch gewährleistet. Die Porosität der Wirbelschichten körniger Stoffe umfasst theoretisch den Bereich zwischen der Porosität am Lockerungspunkt  $\varepsilon_L$  und  $\varepsilon = 1$ , d.h. der Einzelpartikelschwebegeschwindigkeit. Übersteigt schließlich die Aufstromgeschwindigkeit die Schwebegeschwindigkeit der Partikeln, so werden diese von der Strömung transportiert – siehe Anwendung beim vertikalen **pneumatischen Transport**. Es ist dann eine **instationäre Wirbelschicht** entstanden.

Ein weiterer für die Verfahrenstechnik charakteristischer Zustand, der in diesem Zusammenhang zu nennen ist, sind die **Rieselschichten**. Hierbei bewegen sich die Partikeln aufgelockert unter Schwerkrafteinfluss durch ein ruhendes oder mit geringer Geschwindigkeit entgegenströmendes Gas.

Beim Durchströmen einer Partikelschicht ist ein Fluid einem Widerstand ausgesetzt, und somit tritt ein **Druckverlust  $\Delta p$**  ein (Folie 8.7). Da der Strömungsraum ein vielgestaltiges **Porensystem** darstellt, dessen innere Geometrie – svw. Porengrößen- und Porenformverteilung - durch

- die Partikelgrößen- und
- Partikelformverteilung sowie
- den Packungszustand (Porosität, Art der Packung)

bestimmt ist, handelt es sich um ein sehr kompliziert zu beschreibendes Strömungsphänomen. Für dessen Modellierung sind erhebliche Vereinfachungen unerlässlich. Die dafür existierenden Modelle lassen sich vom physikalischen Grundansatz in zwei Hauptgruppen gliedern:

1. Entweder man geht davon aus, dass es sich um eine Strömung durch ein **Kontinuum** („festes Dispersionsmittel“) mit inneren **Kanälen** („disperse Phase“) handelt, für deren Gestalt entsprechende Annahmen zu treffen sind (im einfachsten Fall parallele zylindrische Kanäle Gl.(8.64)), oder
2. man geht so vor, dass sich der Gesamtwiderstand einer Partikelschicht als Summe der **Einzelpartikel-Umströmungswiderstände** darstellen lässt (siehe hierzu z.B. /3.36./3.37./).

### 8.3.1 Kontinuumsmechanisches Durchströmungsmodell

#### 8.3.1.1 Rohrdurchströmung

Um wesentliche Zusammenhänge zu verdeutlichen, soll im Folgenden ein kontinuumsmechanischer (makroskopischer) Modellansatz vorgestellt werden, der zur ersten oben genannten Hauptgruppe der **Porendurchströmung** zu zählen ist. Die Partikelschicht soll eine vollständige Zufallspackung darstellen, deren Querschnitt sich über die durchströmte Länge  $l$  oder Höhe  $h_b$  nicht ändert. Das Fluid wird unter den vorliegenden Druckabfällen als inkompressibel und weiterhin mit NEWTONschen Fließeigenschaften vorausgesetzt. In Folie 8.7.1 ist das zugrunde gelegte Modell dargestellt. Bezüglich des Anströmprofils und somit auch der Strömungsverhältnisse im Inneren können vor allem bei größeren Körnungen in Randnähe Geschwindigkeitsmaxima auftreten (Randgängigkeit), die eine Folge dort vorhandener größerer Porositäten  $\varepsilon \rightarrow 1$  und Porengrößen sind.

Für den **Druckverlust** bei der **Durchströmung eines Rohres** gilt

$$\Delta p_{\text{Rohr}} = \frac{F_w}{A_{\text{Rohr}}} = \lambda_{\text{Rohr}} \cdot \frac{U_{\text{Rohr}} \cdot L}{4 \cdot A_{\text{Rohr}}} \cdot \frac{\rho_f \cdot u^2}{2} \quad (8.46)$$

$D = 2 \cdot R$                       Rohrdurchmesser

$L$                                 Rohrlänge

$u = u_{\max} / 2$  mittlere Geschwindigkeit, wenn  $u_{\max}$  Maximalgeschwindigkeit im quadratischem Strömungsprofil:

$$u_r = u(r) = u_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (8.47)$$

$$\Delta p_{\text{Rohr}} = \lambda_{\text{Rohr}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho_f \cdot u^2}{2} \quad (8.48)$$

und mit dem Druckverlustbeiwert (=  $c_w$  Widerstandsbeiwert) einer

- **laminare** (reibungsbefaheten) **Rohrströmung**  $Re < 2320$  (HAGEN-POISEUILLE):

$$\lambda_{\text{Rohr}} = f(Re) = \frac{64}{Re} \quad \text{und} \quad (8.49)$$

- **turbulente Rohrströmung**

# hydraulisch glatt  $2320 < Re < 10^5$ , laminare Grenzschicht der Dicke  $\delta_G$  (BLASIUS)

$$\lambda_{\text{Rohr}} = \frac{0,3164}{Re^{1/4}} \quad (8.50)$$

# hydraulisch glatt  $10^5 < Re < 3 \cdot 10^6$ , turbulente Grenzschicht (PRANDTL)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{Rohr}}}} = 2,0 \cdot \lg(Re \cdot \sqrt{\lambda_{\text{Rohr}}}) - 0,8 \quad (8.51)$$

# Übergangsbereich rau,  $d_r \approx \delta_G$  (COLEBROOK)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{Rohr}}}} = -2,0 \cdot \lg\left(\frac{d_r}{3,715 \cdot D} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda_{\text{Rohr}}}}\right) - 0,8 \quad (8.52)$$

$d_r$  mittlere Rauigkeitsabmessung der Rohrwand

# vollkommen rau,  $d_r \gg \delta_G$ ,  $Re > 400 \cdot \frac{D}{d_r} \cdot \lg\left(3,715 \cdot \frac{D}{d_r}\right)$

$$\lambda_{\text{Rohr}} = \frac{0,25}{\left(\lg \frac{3,715 \cdot D}{d_r}\right)^2} \quad (8.53)$$

Mit Gl.(8.49) gilt für den **Druckverlust** der **reibungsbefaheten Rohrströmung** nach HAGEN-POISEUILLE

$$\Delta p_{\text{Rohr}} = 32 \cdot \frac{L}{D^2} \cdot \eta \cdot u \quad (8.54)$$

bzw. umgestellt ergibt sich der Volumenstrom der laminaren Rohrströmung:

$$\dot{V} = A \cdot u = \frac{\pi \cdot D^4}{128 \cdot \eta \cdot L} \cdot \Delta p_{\text{Rohr}} \quad (8.55)$$

Die radiale Schubspannungsverteilung ist in diesem Falle übrigens linear, d.h. in der Mittelachse  $r = 0$  sind  $u = u_{\max}$  und  $\tau = 0$  sowie an der Rohrwand sind  $r = R = D/2$ ,  $u = 0$  und  $\tau = \tau_{\max}$ :

$$\tau(r) = -\eta \cdot \frac{du}{dr} = 8 \cdot \eta \cdot \frac{u_{\max}}{D^2} \cdot r. \quad (8.56)$$

### 8.3.1.2 Druckverlust bei der Durchströmung einer Schüttung

Analog zu diesem Durchströmungsprozess soll für den **Druckgradienten**  $dp/dh_b$  bzw. bezogenen Druckabfall  $\Delta p/h_b$  einer Schüttung gelten:

$$\text{grad}p = \frac{dp}{dh_b} \approx \frac{\Delta p}{h_b} = \frac{\Delta p}{L} = f(\bar{u}_\varepsilon, d_\varepsilon, \varepsilon, \eta, \rho_f) \quad (8.57)$$

$\bar{u}_\varepsilon$  mittlere Strömungsgeschwindigkeit **innerhalb** der Poren  
 $d_\varepsilon \equiv d_h$  charakteristische Abmessung des durchströmten Porensystems  $\equiv$  mittlerer hydraulischer Durchmesser des Porensystems

Dazu ist zunächst zu bemerken, dass das Konzept des hydraulischen Durchmessers aus dem Bereich der Rohrdurchströmung entlehnt ist, weitgehende Voraussetzungen enthält, d.h.

- gerade Kanäle,
  - Konstanz der Wandschubspannungen an jedem Punkt der Wandoberfläche,
  - Gleichgewicht zwischen Druckabfall und Wandschubspannung
- und schon deshalb eine sehr weit reichende Vereinfachung darstellt /3.35./.
- Hierzu kommt noch, dass durch einen (gegebenenfalls auch anders definierten) mittleren Porendurchmesser und die Porosität  $\varepsilon$  die innere Geometrie des Porensystems in Bezug auf das komplizierte Strömungsphänomen nicht ausreichend widerspiegelt wird, da eine Porengrößenverteilung vorliegt. Allerdings liegen zur Berücksichtigung dieser Problematik bisher nur erste, für begrenzte Bereiche zutreffende Modellansätze vor (siehe hierzu z.B. /3.36./3.39./3.42./).

Zwischen der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $\bar{u}_\varepsilon$  innerhalb der Poren und der Anströmgeschwindigkeit  $u$  der Partikelschicht (Leerrohrgeschwindigkeit) besteht der Zusammenhang

$$\bar{u}_\varepsilon = u / \varepsilon, \quad (8.58)$$

da sowohl die Volumenstrombilanz

$$\bar{u}_\varepsilon \cdot A_{\text{Lücke}} = u \cdot A \quad (8.59)$$

als auch für ideale Zufallspackungen (stochastische Homogenität) die Gleichheit von Flächen- und Volumenporosität gelten:

$$\varepsilon = V_{\text{Lücke}} / V = A_{\text{Lücke}} / A. \quad (8.60)$$

Der hydraulische Durchmesser  $d_h$  der idealisierten Strömungskanäle der Schüttung lässt sich wie folgt definieren (s. [MVT\\_e\\_1.doc – hydraulischer-Durchmesser](#)):

$$d_h = \frac{4 \cdot A_{\text{durchströmt}}}{U_{\text{benetzt}}} = \frac{4\pi d^2}{4\pi d} \equiv \frac{4 \cdot A_{\text{durchströmt}} \cdot l}{U_{\text{benetzt}} \cdot l} = \frac{4 \cdot V_f}{A_S} \quad (8.61)$$

und unter Berücksichtigung des Hohlraumvolumens bei gegebener Porosität  $V_\varepsilon = V_f$  Fluidvolumen

$$V_f = A \cdot l = \varepsilon \cdot V_{\text{ges}} = \varepsilon \cdot (V_p + V_f) \quad V_f \cdot (1 - \varepsilon) = \varepsilon \cdot V_p$$

$$V_f = V_p \cdot \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (8.62)$$

und Oberfläche  $A_S = U \cdot l$  der Kapillaren der Länge  $l$  folgt eine einfache Proportionalität zwischen dem hydraulischen Durchmesser  $d_h$  und dem SAUTER-Durchmesser  $d_{ST}$  eines Partikelkollektivs:

$$d_h = \frac{4 \cdot \varepsilon \cdot V_p}{(1 - \varepsilon) \cdot A_S} = \frac{4 \cdot \varepsilon}{(1 - \varepsilon) \cdot A_{S,V}} \quad (8.63)$$

und da  $d_{ST} = 6 / A_{S,V}$  ist auch der Zusammenhang zwischen einer Partikelgrößen- und Porengrößenverteilung herstellbar  $d_h \equiv d_\varepsilon$ .

$$\boxed{d_h = d_\varepsilon = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot d_{ST}}{3 \cdot (1 - \varepsilon)}} \quad (8.64)$$

So lässt sich für Gl.(8.57) schreiben:

$$\frac{\Delta p}{h_b} = f(u, d_{ST}, \varepsilon, \eta, \rho_f). \quad (8.65)$$

Wenn man von den bei der Partikelumströmung kurz erörterten Sachverhalten ausgeht (s. Abschn. 4.1.1 [MVT\\_e\\_4.doc - Widerstandsbeiwert kaskas](#)), so darf angenommen werden, dass sich der Strömungswiderstand zumindest aus zwei Anteilen zusammensetzt:

a) **einem Zähigkeitsanteil** ( $\Delta p \sim \eta \cdot u$ ), der sich auch mit Hilfe des Durchströmungsgesetzes von Darcy (ggf. mit -Zeichen für Abnahme, Folie 8.7)

$$\text{grad}p = \frac{\Delta p}{h_b} = k \cdot \eta \cdot u \quad (8.66)$$

$k$  Durchströmungswiderstand

oder in einer verfahrenstechnisch üblichen Schreibweise  $\Rightarrow$  man denke an das OHMSches Gesetz:  $I = 1/R \cdot U = A / \rho_R \cdot \Delta U / \Delta l$

Stofffluss = Durchgangskoeffizient · Durchgangsquerschnitt · treibendes Potential (oder = Triebkraft)

$$u = \frac{\dot{V}}{A} = k_b \cdot \text{gradp} \quad (8.67)$$

$k_b$  Permeabilität

beschreiben lässt, und

- b) **einem Trägheitsanteil** ( $\Delta p \sim \rho_f \cdot u^2$ ) infolge des Staudruckes der Strömung (kinetische Energie), oder in einer verfahrenstechnisch üblichen Schreibweise mit der EULER-Zahl (= Druckkraft/Trägheitskraft):

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot u^2} = f(h_b, u, d_{ST}, \varepsilon, \eta, \rho_f). \quad (8.68)$$

Im Vergleich zur Partikelumströmung werden wegen der häufigen und starken Umlenkungen des Fluidstromes im Inneren einer in ihrer Beweglichkeit eingeschränkten Partikelschicht (**Festbett**) Trägheitswirkungen schon weit vor dem Einsetzen der eigentlichen Turbulenz dominieren.

Aus dem Vorstehenden folgt der Ansatz /3.40./:

$$\frac{\Delta p}{h_b} = k_{\text{lam}}^{**} \cdot \eta \cdot u + k_{\text{turb}}^{**} \cdot \rho_f \cdot u^2. \quad (8.69)$$

Mit der EULER-Zahl nach Gl.(8.68) ist auch:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot u^2} = k_{\text{lam}}^{**} \cdot \frac{\eta}{\rho_f \cdot u} \cdot h_b + k_{\text{turb}}^{**} \cdot h_b. \quad (8.70)$$

Die Abhängigkeit von der letzten noch dimensionsbehafteten Größe  $d_{ST}$  lässt sich auch mit Hilfe einer einfachen Dimensionsanalyse gewinnen, wenn man die Grundeinheiten L Länge, M Masse und T Zeit einsetzt:

$$Eu = \left[ \left( \frac{M \cdot L}{T^2 \cdot L^2} \right) \cdot \frac{L^3 \cdot T^2}{M \cdot L^2} \right] = \left[ \left( \frac{M \cdot L \cdot T}{T^2 \cdot L^2} \right) \cdot \frac{L^3 \cdot T \cdot L}{M \cdot L} \right] \cdot \frac{1}{L^2} + [L] \cdot \frac{1}{L} \quad (8.71)$$

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot u^2} = k_{\text{lam}}^* \cdot \frac{\eta \cdot h_b}{\rho_f \cdot u \cdot d_{ST}^2} + k_{\text{turb}}^* \cdot \frac{h_b}{d_{ST}}. \quad (8.72)$$

Somit verbleibt noch die Quantifizierung der Abhängigkeit von  $\varepsilon$ , die Gegenstand vieler Untersuchungen war, die vor allem eine Abhängigkeit von  $Re$  der Durchströmung ergaben (s. z.B. /3.36/ bis /3.44/). Aufgrund des komplexen Strömungsphänomens existiert auch dafür noch keine allgemein anerkannte Formulierung. Im Bereich überwiegender

- **Zähigkeitswirkung** geht man vorwiegend davon aus, dass der Durchströmungswiderstand proportional  $(1-\varepsilon)^2/\varepsilon^3$  ist,
- im Bereich vorherrschender **Trägheitswirkung** dagegen proportional  $(1-\varepsilon)/\varepsilon^3$ .

Somit folgt aus Gl.(8.72):

$$Eu = k_{\text{lam}} \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot \frac{\eta \cdot h_b}{\rho_f \cdot u \cdot d_{ST}^2} + k_{\text{turb}} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \cdot \frac{h_b}{d_{ST}}. \quad (8.73)$$

Der erste Term dieser Gleichung ist offensichtlich bei vorwiegender Zähigkeitswirkung wesentlich, der zweite dagegen bei dominierenden Trägheitskräften. Gl.(8.73) lässt sich durch Einführen einer modifizierten Poren-EULER-Zahl  $Eu_\varepsilon(Re)$  - manchmal auch analog der Rohrdurchströmung Widerstandszahl  $\lambda(Re)$  genannt - wie folgt umstellen:

$$Eu_\varepsilon = Eu \cdot \frac{d_{ST}}{h_b} \cdot \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot u^2} \cdot \frac{d_{ST}}{h_b} \cdot \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}, \quad (8.74)$$

mit der REYNOLDS-Zahl ( $u = \dot{V} / A$  mittlere Anströmgeschwindigkeit)

$$Re = u \cdot d_{ST} \cdot \rho_f / \eta \quad (8.75)$$

$$Eu_\varepsilon = \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot u^2} \cdot \frac{d_{ST}}{h_b} \cdot \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = k_{lam} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{Re} + k_{turb}. \quad (8.76)$$

Die Quantifizierung ergab für Brechgut mit enger Partikelgrößenverteilung nach ERGUN /3.40./:

$$Eu_\varepsilon = \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot u^2} \cdot \frac{d_{ST}}{h_b} \cdot \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = 150 \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{Re} + 1,75. \quad (8.77)$$

Diese Form des Widerstandsgesetzes wird verbreitet für die Durchströmung eines **Festbettes** aus **gröberen Gut** (etwa  $d > 1$  mm) genutzt, obwohl dabei die der Herleitung zugrunde liegenden weit reichenden Vereinfachungen nicht übersehen werden dürfen, die die quantitativen Modellaussagen erheblich einschränken können. Diese sog. ERGUN-Gleichung(8.77) lässt sich nicht bis zur Einzelpartikelumströmung extrapolieren. Sie liefert für  $\varepsilon \rightarrow 1$  physikalisch unsinnige Widerstandswerte  $\Delta p = F_W = 0$ .

Mit der EULER-Zahl des Festbettes Gl.(8.94) kann man diese ERGUN-Gleichung auch mit dem im Abschnitt 8.3.2.2 erläuterten, physikalisch plausiblen Modell Gl.(8.104) vergleichen:

$$Eu_B = \frac{4}{3} \cdot \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot u_r^2} \cdot \frac{d_{ST}}{h_b} \cdot \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon} = \frac{4}{3 \cdot \varepsilon} \cdot Eu_\varepsilon \quad (8.78)$$

$$Eu_B = \frac{4}{3\varepsilon} \cdot 150 \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{Re} + \frac{4}{3\varepsilon} \cdot \frac{7}{4} = 200 \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon \cdot Re} + \frac{7}{3 \cdot \varepsilon} \quad (8.79)$$

Für feinere Schüttgüter mit einer gewissen Partikelbeweglichkeit werden mit der Gl.(8.79) unter Umständen **zu hohe Druckverluste** berechnet<sup>3</sup>.

Deshalb findet sich in der Fachliteratur eine Reihe mehr oder weniger davon abweichender Formulierungen des Widerstandsgesetzes der Durchströmung, die vorwiegend für eingeschränkte Re-Bereiche gelten:

---

© Dr.- Ing.habil. J. Tomas 1992

<sup>3</sup> MOLERUS, O., Principles of Flow in Disperse Systems, Fig. 2.17, p. 38, Chapman & Hall 1993



Da sich **dreitermige Ausdrücke** für die Erfassung des Partikel-Widerstandes im gesamten verfahrenstechnisch interessierenden Re-Bereich als sehr leistungsfähig erwiesen haben, s. auch Gl.(8.97), so sind in neuerer Zeit auch entsprechende dreitermige Modellansätze für die Durchströmung bekannt geworden, die für  $\varepsilon \rightarrow 1$  in die Gleichungen der Umströmung von Einzelpartikeln übergehen (s. z.B. /3.35./3.37./).

### 8.3.2 Durchströmung von Wirbelschichten

#### 8.3.2.1 Fluidisationsverhalten und Lockerungspunkt

Bei der Durchströmung einer feinkörnigen Schüttung, die auf einem fluiddurchlässigen Boden (**Anströmboden**) in einem schachtartig ausgebildeten Apparat lagert, setzen unmittelbar vor dem Übergang in den fluidisierten Zustand zunächst gewisse beschränkte Umordnungen ein, d.h. einzelne Partikeln verändern ihre Lage, andere können vibrieren oder bewegen sich innerhalb lokal begrenzter Gebiete. Schließlich vollzieht sich mit weiterer Geschwindigkeitssteigerung der Übergang in das Gebiet, in dem die von der Strömung auf die Schicht ausgeübten Kräfte den statischen Druck der Schüttung auf das gesamte Volumen hinweg überwinden. Die Porosität ist dann so groß geworden, dass die einzelnen Partikeln gegenseitig vollständig beweglich werden, **Wirbelschicht, Fließbett** (Folie 8.11). Dieser für den Übergang charakteristische Punkt wird als **Lockerungspunkt (Wirbelpunkt)** und die entsprechende Fluidgeschwindigkeit als **Lockerungsgeschwindigkeit**  $u_L$  bezeichnet. Allerdings ergibt sich nur für enge Partikelklassen ein scharf definierter Lockerungspunkt, bei Vorliegen breiterer Partikelgrößenverteilungen ein Lockerungsbereich.

Mit einer **Flüssigkeit** als Fluid entsteht nach Überschreiten des Lockerungspunktes immer eine entsprechend der Fluidgeschwindigkeit sich weiter ausdehnende homogene Wirbelschicht, in der Gleichgewicht zwischen den auf sie wirkenden Strömungskräften und dem um den Auftrieb verminderten Gewicht der Schicht besteht (Folie 8.11.2/3.45./3.46./)

$$\frac{\Delta p}{(F_{G,b} - F_A) / A} \approx 1. \quad (8.80)$$

Dieser Zustand ist dadurch gekennzeichnet, dass die Partikeln über das gesamte Schichtvolumen weitgehend **statistisch homogen** verteilt ist.

**Gas-Feststoff-Systeme** verhalten sich im Allgemeinen anders. Oberhalb des Lockerungspunktes treten gutabhängig in geringerem oder größerem Abstand von diesem Instabilitäten auf. So bilden sich meist sog. **Blasen**, d.h. mehr oder weniger feststoffarme Gebiete, die nach oben aufsteigen und sich

durch Koaleszenz vergrößern. Die Mindest-Fluidgeschwindigkeit, bei der Blasenbildung eintritt, liegt für nicht bzw. schwach kohäsives Schüttgut (d.h. geringe Haftkräfte zwischen den Partikeln, s. auch Abschn. 6.1 [MVT\\_e\\_6.doc](#)) umso näher bei der Lockerungsgeschwindigkeit, je größer die Partikel sind /3.47./3.48/.

Mit wachsender Fluidgeschwindigkeit wird die Durchströmung in der Wirbelschicht immer heftiger. Allerdings expandiert diese im Vergleich zu Flüssigkeits-Feststoff-Systemen nicht viel über das Ausmaß hinaus, das bereits am Wirbelpunkt erreicht ist.

Im instabilen Übergangsbereich zur **instationären Wirbelschicht** können bei genügend schlanken und hohen Wirbelschichtapparaten und nicht feinkörnigem Gut Blasen auftreten, die sich über den gesamten Schichtquerschnitt erstrecken. Dann ergeben sich stoßartige Auf- und Abbewegungen (**stoßende Wirbelschicht, slugging**).

Weitere Inhomogenitäten können dadurch bedingt sein, dass das eintretende Gas vom Anströmboden ungenügend verteilt wird, so dass dieses die Schicht nur in begrenzten Bereichen durchbricht (**durchbrochene Wirbelschicht, channeling**). (Folie 8.11.2)

Besondere Schwierigkeiten hinsichtlich des Fluidisierens bereitet kohäsives, d.h. **feinstkörniges Schüttgut (sog. Gruppe C)** ⇒ GELDART-Klassifizierung (Folie 8.12).

Wirbelschichten, der zuletzt geschilderten Art werden als **inhomogene Wirbelschichten** bezeichnet. In ihnen ist der Feststoff ungleichmäßig verteilt, und die Porosität unterliegt starken örtlichen und zeitlichen Schwankungen.

Sämtliche bisher behandelten Wirbelschichtzustände kann man, wenn von den Instabilitäten abgesehen wird, als **stationäre Wirbelschichten** bezeichnen. Hierbei ist die **obere Schichtbegrenzung** gegenüber dem darüber befindlichen Fluidraum noch deutlich ausgeprägt. Allerdings werden dabei einzelne Partikel schon nach oben ausgeschleudert und gegebenenfalls auch mit der Fluidströmung abgeführt. Ob letztere vom Fluidstrom abtransportiert werden oder nicht, hängt letztlich vom Verhältnis der Schwebegeschwindigkeit der einzelnen Partikeln zur Fluidgeschwindigkeit ab. Solange die erstere größer als die letztere ist, werden die ausgestoßenen Einzelkörner wieder zurückfallen. Bei breiterer Partikelgrößenverteilung kann dieser Umstand für Klassierprozesse ausgenutzt werden, wenn der abzutrennende Feinkornanteil gering ist (**klassierende Wirbelschicht**).

Wird die Schwebegeschwindigkeit aller Partikeln überschritten, so verschwindet die obere Schichtgrenze und das gesamte Gut wandert stark aufgelockert mit dem Fluidstrom (**instationäre Wirbelschicht**, Folie 8.11.2). Führt man bei sehr hohen Apparategrößen den ausgetragenen Feststoff wieder über eine Bypass-Leitung in die Wirbelschicht zurück, so erhält man eine sog. **zirkulierende Wirbelschicht**.

Für weitere Betrachtungen über die Bildung von Wirbelschichten eignen sich Diagramme, in denen der Druckabfall als Funktion der Fluidgeschwindigkeit dargestellt ist. Dies ist in Folie 8.11.3 in Form der Abhängigkeit

$$\log \Delta p = f(\log u) \quad (8.81)$$

geschehen. Zwischen A und C liegt eine ruhende Schüttschicht mit der Porosität  $\varepsilon_B$  vor. Zwischen B und C treten die bereits erörterten Umordnungen auf. Bei C schließlich wird der maximale Druckabfall erreicht, der etwas größer als der von der Schüttung ausgeübte statische Druck ist, siehe Gln. (8.45) und (8.80) da die Haftkräfte  $F_H$  zwischen den Partikeln und eine Wandreibungskraft  $F_{WR}$  überwunden werden müssen:

$$\Delta p = (F_G - F_A + F_{WR} + F_H) / A = (1 - \varepsilon) \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g \cdot h_b + (F_{WR} + F_H) / A. \quad (8.82)$$

Eine weitere Steigerung der Fluidgeschwindigkeit führt dazu, dass sich die Porosität relativ plötzlich auf den Wert  $\varepsilon_L$  verändert, die Partikeln in der durchströmten Partikelschicht schweben und relativ zueinander beweglich werden. An diesem Punkt, dem **Lockerungspunkt bzw. Wirbelpunkt**, ist die Wirbelschicht entstanden. Die zugehörige Fluidgeschwindigkeit wird **Lockerungsgeschwindigkeit  $u_L$**  genannt. Unmittelbar im Anschluss an C fällt der Druck auf den Wert ab, der durch den statischen Druck der Partikelschicht bestimmt ist. Von jetzt ab befinden sich die von der Strömung auf die Partikelschicht ausgeübten Kräfte mit dem um den Auftrieb verminderten Gewicht im **Gleichgewicht**. Der Kurvenverlauf ABCD ist bei Verminderung der Fluidgeschwindigkeit nicht reproduzierbar, sondern die Abhängigkeit verläuft dann gemäß der gestrichelt gezeichneten Kurve (**Hysterese**). Dies bedeutet, dass die Wirbelschicht in eine ruhende Schüttschicht mit der Porosität  $\varepsilon_L$  ( $\varepsilon_L > \varepsilon_B$ ) übergeht. Die für den Übergang in den Wirbelschichtzustand kennzeichnende Porosität  $\varepsilon_L$  lässt sich für viele Partikelsysteme angenähert durch nachfolgende Beziehungen bestimmen /3.50/:

$$\frac{1}{\Psi_A \cdot \varepsilon_L^3} \approx 14 \quad \text{oder} \quad \frac{1 - \varepsilon_L}{\Psi_A^2 \cdot \varepsilon_L^3} \approx 11. \quad (8.83)$$

Der Übergang in den fluidisierten Zustand am Wirbel- oder Lockerungspunkt ist durch das folgende Kräftegleichgewicht bestimmt:

$$\Delta p = \frac{Eu \cdot \rho_f \cdot u_L^2 \cdot h_L \cdot (1 - \varepsilon_L)}{d_{ST} \cdot \varepsilon_L^3} = (F_G - F_A) / A = \underline{\underline{(1 - \varepsilon_L) \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g \cdot h_L}}$$

$$h_L \quad \text{Schichthöhe am Wirbelpunkt} \quad (8.84)$$

$$\varepsilon_L \quad \text{Porosität am Wirbelpunkt (Folie 8.11.3)}$$

Zusätzliche Widerstände infolge von Haft- und/oder Wandreibungskräften werden hier vernachlässigt, was für die physikalisch plausible Beschreibung des Wirbelverhaltens feiner kohäsiver Pulver jedoch nicht mehr zulässig ist. Daraus erhält man unter Berücksichtigung der ERGUN-Gl.(8.77) für die Lockerungsgeschwindigkeit  $u_L$ :

$$u_L = 42,9 \cdot \frac{1 - \varepsilon_L}{d_{ST}} \cdot \frac{\eta}{\rho_f} \cdot \left[ \sqrt{1 + 3,1 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\varepsilon_L^3}{(1 - \varepsilon_L)^2} \cdot \frac{(\rho_s - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot d_{ST}^3 \cdot g}{\eta^2}} - 1 \right] \quad (8.85)$$

oder für den laminaren Bereich, in dem die **Zähigkeitskräfte** den Durchströmungswiderstand dominieren, für **Re<sub>L</sub> < 20**,

$$u_{L,St} = \frac{1}{150} \cdot \frac{\varepsilon_L^3}{1 - \varepsilon_L} \cdot \frac{(\rho_s - \rho_f) \cdot d_{ST}^2 \cdot g}{\eta} = \underline{\underline{\frac{3}{25} \cdot \frac{\varepsilon_L^3}{1 - \varepsilon_L} \cdot v_{s,St}}}, \quad (8.86)$$

mit der Partikel-REYNOLDS-Zahl  $Re_L$  am Wirbelpunkt, siehe Gl.(8.103),

$$Re_L = \frac{(u_L / \varepsilon_L) \cdot d_{ST} \cdot \rho_f}{\eta} \quad (8.103)$$

oder für den Bereich, in dem die **Trägheitskräfte** vorherrschen,  $Re_L > 1000$ ,

$$u_{L,N} = \sqrt{\frac{1}{1,75} \cdot \frac{\varepsilon_L^3}{\rho_f} \cdot \frac{(\rho_s - \rho_f) \cdot d_{ST} \cdot g}{\rho_f}} = \underline{\underline{0,434 \cdot \varepsilon_L^{3/2} \cdot v_{s,N}}} \quad (8.87)$$

Theoretisch erstreckt sich der **Wirbelschichtbereich** von der **Lockerungsgeschwindigkeit**  $u_L$  bis zur **Schwebegeschwindigkeit** der Einzelpartikel, die dem Betrage nach mit der **stationären Sinkgeschwindigkeit**  $v_s$  entweder im STOKES-Bereich der laminaren Partikelumströmung  $Re < 1$  Gl.(4.56) [MVT\\_e\\_4neu.doc#Sinkgeschwindigkeit\\_STOKES:](#)

$$u_{L,St} \dots |u_{max}| \approx v_{s,St} = \frac{(\rho_s - \rho_f) \cdot d^2 \cdot g}{18 \cdot \eta} \quad (8.88)$$

oder im NEWTON-Bereich  $10^3 < Re < Re_c = 2 \cdot 10^5$  der turbulenten Partikelumströmung Gl.(4.57) [MVT\\_e\\_4neu.doc#Sinkgeschwindigkeit\\_NEWTON:](#)

$$u_{L,N} \dots |u_{max}| \approx v_{s,N} = \sqrt{3 \cdot \frac{(\rho_s - \rho_f) \cdot d \cdot g}{\rho_f}} \quad (8.89)$$

weitestgehend übereinstimmt, vorausgesetzt es bilden sich infolge unerwünschter Partikelhaftung keine größeren Agglomerate.

Bei Punkt E in Folie 8.11.3 trifft die Druckverlustkurve der Schicht theoretisch auf die des leeren Rohres bzw. Schachtes  $\Rightarrow$  s. Druckverlust in **pneumatischen Senkrecht-Fördereinrichtungen**.

### 8.3.2.2 Partikelmechanischer Modellansatz

Davon ausgehend soll nun das Durchströmungsproblem einer Partikelschüttung gemäß der 2. Modellvorstellung Abschnitt 8.3 als **Umströmung aller Partikeln** in einem Wirbel- oder Festbett behandelt werden<sup>4</sup>.  $N_p$  gleichgroße kugelförmige Partikeln haben daher einen Druckverlust  $\Delta p$ , der sich aus der Widerstandskraft der Einzelpartikeln  $F_{W,p}$ , siehe Gl.(4.10) [MVT\\_e\\_4.doc - cW](#) wie folgt zusammensetzt:

$$\Delta p \cdot A = N_p \cdot F_{W,p} \quad (8.90)$$

Die Partikelanzahl im Festbett der Höhe  $h_b$  ist mit dem Feststoffvolumenanteil  $(1-\varepsilon)$

$$N_p = (1-\varepsilon) \cdot \frac{V}{V_p} = (1-\varepsilon) \cdot \frac{A \cdot h_b}{\pi/6 \cdot d^3} \quad (8.91)$$

Der **Durchströmungswiderstand** der **Partikelschicht**  $Eu = f(\text{Re}(\mathbf{u}_r, \mathbf{d}), \varepsilon)$  wird nun nach folgendem methodischen Grundprinzip quantifiziert, siehe auch [MVT\\_e\\_4neu.doc#Widerstand\\_Um\\_Durchströmung](#):

**Makroskopischer Durchströmungswiderstand des Kontinuums = mikroskopischer Umströmungswiderstand des Partikels + charakteristischer Widerstand der Partikelpackung** (8.92)

Deshalb wird eine **Festbett-EULER-Zahl**  $Eu_B$  abweichend von Gl.(8.74) als dimensionslose Druckverlust-Kennzahl mit dem Partikelumströmungswiderstand  $F_{W,p}$  und der relativen Anströmgeschwindigkeit  $u_{r,\varepsilon}$  innerhalb der Poren (wegen einer gewissen Beweglichkeit feiner Partikel) nach Gl.(8.58) definiert:

$$c_w \equiv Eu_B = \frac{F_{W,p} / A_p}{\rho_f / 2 \cdot u_{r,\varepsilon}^2} \quad (8.93)$$

Mit den Gln.(8.90) und (8.91) folgt

$$Eu_B = \frac{2 \cdot F_{W,p}}{A_p \cdot N_p \cdot \rho_f \cdot u_{r,\varepsilon}^2} = \frac{2 \cdot \Delta p \cdot \pi/6 \cdot d^3}{\pi/4 \cdot d^2 \cdot (1-\varepsilon) \cdot h_b \cdot \rho_f \cdot (u_r/\varepsilon)^2}$$

$$Eu_B = \frac{4}{3} \cdot \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot u_r^2} \cdot \frac{d}{h_b} \cdot \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon} \quad (8.94)$$

Mit dem Druckverlust am Lockerungspunkt Gl.(8.84) ergibt sich die **EULER-Zahl** für die **Wirbelschicht**

$$\boxed{Eu_w = \frac{4}{3} \cdot \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \cdot \frac{d \cdot g}{u_r^2} \cdot \varepsilon^2}, \quad (8.95)$$

wobei als charakteristische Partikelgröße  $d$  entsprechend der obigen Modellannahmen der SAUTER-Durchmesser  $d_{ST}$  der oberflächengleichen Kugeln eingesetzt wird. Man beachte die Plausibilität dieser Wirbelschicht-EULER-Zahl, d.h., der Grenzwert für  $\varepsilon \rightarrow 1$  muss  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 1} Eu_w = c_w$  und auch

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 1} Eu_B = \frac{4}{3} \cdot \frac{(1 - \varepsilon) \cdot h_b \cdot F_{W,P}}{\rho_f \cdot u^2 \cdot \pi / 6 \cdot d^3} \cdot \frac{d}{h_b} \cdot \frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon} = \frac{2 \cdot F_{W,P}}{\rho_f \cdot u^2 \cdot \pi / 4 \cdot d^2} = c_w$$

ergeben. Gl.(8.95) umgestellt liefert die Anströmgeschwindigkeit  $u$

$$\boxed{u = \sqrt{\frac{4 \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot \varepsilon^2 \cdot d_{ST} \cdot g}{3 \cdot \rho_f \cdot Eu_w}}}. \quad (8.96)$$

Für die allgemeine Durchströmungsbedingung der **Wirbelschicht**  $Re < 10^4$  wurde von MOLERUS<sup>5</sup> für kugelförmige Partikel (experimentell) gefunden

$$\boxed{Eu_w = \frac{24}{Re} \cdot \left\{ 1 + 0,341 \cdot \left[ \frac{d}{a} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{d}{a} \right)^2 \right] \right\} + \frac{4}{\sqrt{Re}} \cdot \left\{ 1 + 0,07 \cdot \left( \frac{d}{a} \right)^{1,5} \right\} + 0,4 + \frac{d}{a} \cdot \frac{0,907}{Re^{0,1}}}$$

mit dem (8.97)

$\Rightarrow \frac{24}{Re} \cdot \{ \dots \}$       ersten laminaren Widerstandsterm,

$\Rightarrow \frac{4}{\sqrt{Re}}$       Übergangsterm und dem

$\Rightarrow 0,4 + \dots$       Widerstandsterm für turbulente Durchströmung,

die der Partikelumströmung (siehe Gl.(4.14) [MVT e 4neu.doc#Widerstandsbeiwert kaskas](#)) entsprechen. Der **laminare** Umströmungswiderstand von glatten Kugeln setzt sich übrigens aus **2/3 viskosem Reibungswiderstand** und **1/3 Druckwiderstand** zusammen. Der Durchströmungswiderstand erhöht sich demgegenüber um ein Vielfaches:

$$Eu \cdot Re = 24 \cdot \left\{ 1 + k_{\text{exp.lam}} \cdot \left[ \frac{2}{3} \cdot \frac{d}{a} + \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{d}{a} \right)^2 \right] \right\} \quad \text{für} \quad Re < 1 \quad (8.98)$$

$k_{\text{exp.lam}}$  experimentell zu bestimmender Packungsbeiwert

Mit einem einfachen Würfelzellenmodell erhält man entsprechend Abschnitt 1.3 Gl.(1.102) [MVT e 1.doc - a phis](#) für das Partikelgrößen-Oberflächenabstandsverhältnis  $d/a$  im allgemeinen Fall:

$$\frac{d}{a} = \frac{1}{k_a} = \left[ \sqrt[3]{\frac{\varphi_{s,\max}}{\varphi_s}} - 1 \right]^{-1} = \frac{\sqrt[3]{1-\varepsilon}}{\sqrt[3]{(1-\varepsilon)_{\max}} - \sqrt[3]{1-\varepsilon}}. \quad (8.99)$$

Für die **Wirbelschichtdurchströmung** hat MOLERUS<sup>6</sup>

$$\sqrt[3]{\varphi_{s,\max}} = \sqrt[3]{(1-\varepsilon)_{\max}} = 0,9 \quad \text{d.h.} \quad (1-\varepsilon)_{\max} = 0,729 \quad (8.100)$$

gewählt, so dass in Gl. (8.97) einzusetzen ist:

$$\left( \frac{d}{a} \right)_{0,9} = \frac{\sqrt[3]{1-\varepsilon}}{0,9 - \sqrt[3]{1-\varepsilon}}. \quad (8.101)$$

Diese Beziehung (8.97) lässt sich auch für den Druckverlust konzentrierter wässriger Suspensionen verwenden.

Die EULER-Zahl hängt von der Partikel-REYNOLDS-Zahl<sup>7</sup>  $Re = f(u_r(t), d_{ST})$  und damit auch vom mittleren Porendurchmesser  $d_\varepsilon$  ab, Gl.(8.64). Wegen der Partikelbeweglichkeit in einer Wirbelschicht wird sie mit der charakteristischen Relativgeschwindigkeit

$$u_r / \varepsilon = |\vec{u} - \vec{v}| / \varepsilon. \quad (8.102)$$

zwischen Fluid und Partikel innerhalb der Poren gebildet:

$$Re = \frac{(u_r / \varepsilon) \cdot d_{ST} \cdot \rho_f}{\eta} = \frac{3 \cdot u_r \cdot d_\varepsilon \cdot \rho_f \cdot (1-\varepsilon)}{2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \eta} \quad (8.103)$$

$\eta$  dynamische Fluidviskosität

Außerdem sollen hier auch die Gleichungen für die **Durchströmung** eines **Festbettes** angegeben werden:

$$Eu_B = \frac{24}{Re} \cdot \left\{ 1 + 0,692 \cdot \left[ \frac{d}{a} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{d}{a} \right)^2 \right]_{0,95} \right\} + \frac{4}{\sqrt{Re}} \cdot \left\{ 1 + 0,12 \cdot \left( \frac{d}{a} \right)_{0,95}^{1,5} \right\} + 0,4 + \left( \frac{d}{a} \right)_{0,95} \cdot \frac{0,891}{Re^{0,1}} \quad (8.104)$$

Die maximale Packungsdichte wird angenommen mit

$$\sqrt[3]{\varphi_{s,\max}} = \sqrt[3]{(1-\varepsilon)_{\max}} = 0,95 \quad \text{d.h.} \quad (1-\varepsilon)_{\max} = 0,8574 \quad (8.105)$$

$$\left( \frac{d}{a} \right)_{0,95} = \frac{\sqrt[3]{1-\varepsilon}}{0,95 - \sqrt[3]{1-\varepsilon}}. \quad (8.106)$$

Für **stärkere Abweichungen** von der **Kugelform** erhöht sich der Widerstand<sup>8</sup>:

<sup>6</sup> MOLERUS, O., Principles of Flow in Disperse Systems, Chapman & Hall 1993, p. 13

<sup>7</sup> MOLERUS, O., p. 17

<sup>8</sup> MOLERUS, O., p. 17

$$Eu_B = \frac{24}{k_\psi^2 \cdot Re} \cdot \left\{ 1 + 0,685 \cdot \left[ \frac{d}{a} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{d}{a} \right)^2 \right]_{0,95} \right\} + \frac{4}{k_\psi^{1,5} \cdot \sqrt{Re}} \cdot \left\{ 1 + 0,289 \cdot \left( \frac{d}{a} \right)_{0,95}^{1,5} \right\} + \frac{1}{k_\psi} \cdot \left\{ 0,4 + 0,514 \cdot \left( \frac{d}{a} \right)_{0,95} \right\} \quad (8.107)$$

$k_\psi$  Partikelformfaktor nach Gl.(4.47) [MVT\\_e\\_4.doc - Formkorrektur](#)

Vor allem Wirbelschichten mit Gasen als Fluid werden wegen ihrer mannigfaltigen Vorteile heute in der Verfahrenstechnik verbreitet angewendet:

- Bei **mechanischen Prozessen** nutzt man ihre **intensive Mischwirkung** und zum Teil auch ihre Klassierwirkung aus,
- bei **thermischen Prozessen** vor allem den **intensiven Wärme- und Stoffübergang** beim Wärmeübertragen, beim Trocknen, bei der Adsorption,
- Schließlich haben sie umfangreiche Bedeutung für die **Reaktionstechnik (katalytische Gas-Feststoff-Reaktionen)** wobei die intensive Durchmischung gleichmäßige Temperaturen über das Volumen hinweg gewährleistet.
- Der fluidisierte Zustand kann auch hinsichtlich der Prozesssteuerung vorteilhaft sein (**leichterer Feststofftransport** durch den Prozessraum, gleichmäßigere Förderung und gute Automatisierbarkeit).

### 8.3.2.3 Auslegung von Wirbelschichtmischern

Der **notwendige Überdruck** der Verdichter berechnet sich nach Gl.(8.108) bei zusätzlicher Berücksichtigung des Druckverlustes des Bodens und der diversen Luftleitungen:

$$\Delta p_{ges} = \Delta p_b + \Delta p_{Boden} + \Delta p_{Rohr} \quad (8.108)$$

mit dem relativen, **gewichtsbezogenem Druckverlust**  $f_p$  der Schüttung der Höhe  $\Delta h_b$  ist unter Vernachlässigung der Partikelhaftkräfte und -wandreibung, siehe Gl.(8.80):

$$f_p = \frac{\Delta p_{b,gem}}{(1 - \varepsilon_L) \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g \cdot h_b} = \frac{\Delta p_{b,gem} \cdot \rho_s}{\rho_{b,L} \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g \cdot h_b} \approx 1. \quad (8.109)$$

Da bei Gaswirbelschichten  $\rho_s \gg \rho_f$  ist, folgt daraus näherungsweise, siehe Gl.(8.45):

$$\Delta p_b = \rho_{b,L} \cdot g \cdot h_b \quad (8.110)$$

$\rho_{b,L}$  Schüttgutedichte am Lockerungspunkt

Es ist neuerdings zweckmäßig, den gewichtsbezogenen Druckverlust bei Messungen  $\Delta p_{b,gem}$  anstelle Gl.(8.81) und Folie 8.11.2 grafisch aufzutragen:



$$f_p = f(\log u). \quad (8.111)$$

Während die Druckverlustcharakteristik des Durchströmungsbodens  $\Delta p_{b, \text{Boden}}$  gewöhnlich bekannt ist, oder sich analog Gl.(8.54) ermitteln lässt, kann der Druckverlust der Rohrströmung  $\Delta p_{\text{Rohr}}$  mit Hilfe Gl.(8.48) berechnet werden.

Der notwendige **Luftvolumenstrom** ist mit der Luftgeschwindigkeit des freien Querschnittes (Leerrohrgeschwindigkeit)  $u$

$$\dot{V} = u \cdot A. \quad (8.112)$$

$A$  freie Querschnittsfläche des Prozessraumes

Da die Fluidgeschwindigkeit  $u$  mit der EULER-Zahl Gl.(8.97) über die REYNOLDS-Zahl verknüpft ist, muss sie mittels Iterationen errechnet werden. Danach folgt der Luftvolumenstrom nach Gl.(8.112).

Wesentlich einfacher geht das bei näherungsweise **laminarer Durchströmung** von Pulverschichten, hier  $Re < 10$ , (CARMAN und KOZENY)

$$\dot{V} = A \cdot u = k_b \cdot A \cdot \frac{\Delta p_b}{h_b}, \quad (8.113)$$

wenn für die CARMAN und KOZENY-Konstante gilt

$$k_b = \frac{\varepsilon^3 \cdot d_{ST}^2}{180 \cdot \eta \cdot (1 - \varepsilon)^2}. \quad (8.114)$$

$k_b$  Permeabilität der Schüttung ( $180 \Rightarrow$  für monodisperse Kugeln)

Diese CARMAN-KOZENY-Gleichung (8.114) lässt sich übrigens auch unter Mithilfe der Poren-EULER-Zahl  $Eu_\varepsilon$  als laminarer Spezialfall der ERGUN-Gleichung Gl.(8.77) aufschreiben:

$$Eu_\varepsilon = \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot u^2} \cdot \frac{d_{ST}}{h_b} \cdot \frac{\varepsilon^3}{1 - \varepsilon} = (180 \dots 150) \cdot \frac{(1 - \varepsilon)}{Re}. \quad (8.115)$$

Der **Leistungsbedarf** pneumatischer Mischer ist verhältnismäßig hoch und beträgt

$$P = \int \dot{V}(p) dp + \int p(\dot{V}) d\dot{V} \quad (8.116)$$

oder vereinfacht,  $\Delta p_{\text{ges}} \approx \Delta p_b$  da man den Wirbelbettdruckverlust als maßgebend ansehen kann:

$$P \approx \dot{V} \cdot \Delta p_b. \quad (8.117)$$

Deshalb werden Wirbelschichtmischer auch vorwiegend diskontinuierlich betrieben.

Überschläglich gilt für den **massebezogenen Leistungsbedarf** mit Gl. (8.112) und (8.110):

$$\frac{P}{m_b} = \frac{A \cdot u \cdot \rho_b \cdot g \cdot h_b}{\rho_b \cdot A \cdot h_b} = \underline{\underline{u \cdot g}} \quad (8.118)$$

und ist damit nach den Gln.(8.113) und (8.114) proportional der Permeabilität des Schüttgutes bzw. Feinheit  $d_{ST}^2$ .

#### 8.3.2.4 Strahlmischer

**Luftstrahlmischer** (Folie 8.6.4) bestehen aus zylindrischen Stahlbehältern mit Kegelboden /6.7/. In diesem sind schräg nach oben gerichtete Düsen eingebaut, durch die das Gas pulsierend mit Überschallgeschwindigkeit in das Mischgut eingeblasen wird. Die Düsenanordnung bewirkt eine drallbehaftete intensive Umwälzströmung, so dass sich Mischzeiten von weniger als einer Minute erreichen lassen. Luftstrahlmischer sind für schnelles Mischen rieselfähiger Partikelschüttungen vorteilhaft, wobei Unterschiede in der Partikelgröße und in der Dichte infolge der hohen Umwälzgeschwindigkeit nicht zu Entmischungserscheinungen führen /6.7/.

**Pneumatische Umwälzmischer** unterscheiden sich von Bunkermischern (s. Abschn. 8.2.3) dadurch, dass sie über eine pneumatische Umwälzeinrichtung in Form eines mittigen Rohres verfügen.

## 8.4 **Schwerpunkte und Kompetenzen**

Anhand dieser Schwerpunkte können Sie Ihr Wissen und Ihre verfahrenstechnischen Kompetenzen überprüfen:

- **Prozessziele:**  
Prozessziele und Wirkprinzipien des Mischens;
- **Prozess- und Produktbewertung:**  
Mischungszustände, stochastische Homogenität, Prozessbewertung mittels Mischgüte, Mischkinetik, Wirkprinzipien des Feststoffmischens, Makro- und Mikromischen, Durchströmung von Partikelschichten, Permeabilität und Wirbelverhalten der Partikelpackungen;
- **Prozessauslegung:**  
Aufbau, Wirkprinzipien, Prozessauslegung, Maschinenparameter sowie Einsatzgebiete ausgewählter Mischer (Trommelmischer, Zwangsmischer, Wirbelschichtmischer).